La révision du système international d'unités

Lucile Julien

(LPTMS, 4 décembre 2018)

lucile.julien@lkb.upmc.fr

Laboratoire Kastler Brossel
Physique quantique et applications

Equipe « Métrologie des systèmes simples et tests fondamentaux »

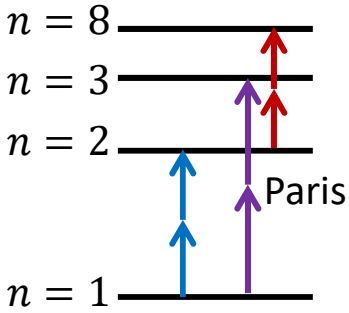
Notre spécialité, mesurer des constantes fondamentales.

Deux expériences à Jussieu :

- Spectroscopie à haute résolution de l'**atome d'hydrogène**

  → détermination de la constante de Rydberg R_∞

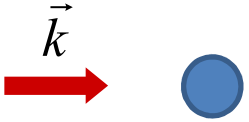
  → tests de l'électrodynamique quantique



- Mesure de l'effet de recul sur des **atomes de Rb** ultra-froids

  → détermination de la constante de structure fine α

  → tests de l'électrodynamique quantique



La révision du système international (SI) :
définir les unités à partir de constantes fondamentales

Plan de l'exposé

Le système international aujourd'hui

- avec ses 7 unités de base
- est l'héritier du système métrique
- et du système MKSA

Il a changé ...

- en 1967 : redéfinition de la seconde
- en 1983 : redéfinition du mètre

... et va changer en 2019 avec la redéfinition du kilogramme, de l'ampère, de la mole et du kelvin

- le problème avec les unités électriques
- le problème avec le kilogramme
- la décision prise et la mesure de quatre constantes fondamentales
- le nouveau SI

Plan de l'exposé

Le système international aujourd'hui

- avec ses 7 unités de base
- est l'héritier du système métrique
- et du système MKSA

Il a changé ...

- en 1967 : redéfinition de la seconde
- en 1983 : redéfinition du mètre

... et va changer en 2019 avec la redéfinition du kilogramme, de l'ampère, de la mole et du kelvin

- le problème avec les unités électriques
- le problème avec le kilogramme
- la décision prise et la mesure de quatre constantes fondamentales
- le nouveau SI

Le système international d'unités (SI) aujourd'hui

« Le SI est fondé sur un choix de **7 unités de base** bien définies
et considérées par convention comme indépendantes du point de vue dimensionnel »

Grandeur	Unité	Symbole
longueur	mètre	m
masse	kilogramme	kg
temps	seconde	s
courant électrique	ampère	A
température	kelvin	K
quantité de matière	mole	mol
intensité lumineuse	candela	cd

Elles permettent de définir toutes les unités de mesure du SI.
Les autres grandeurs ont des unités dérivées.

Par exemple, pour la grandeur résistance électrique, l'unité est
l'ohm (Ω) = kg m^2 s^{-3} A^{-2}

le SI est né en 1960 (11ème CGPM) avec 6 unités de base
la mole a été ajoutée au SI en 1971 (14ème CGPM)

Qui définit les unités ?

Le **BIPM** (Bureau international des poids et mesures) est une organisation intergouvernementale : actuellement 59 Etats membres du BIPM + 43 états associés.

La **CGPM** (Conférence générale des poids et mesures) est son assemblée générale : elle se réunit actuellement tous les 4 ans.

Le **CIPM** (Comité international des poids et mesures) assure la direction du BIPM.

Comment sont définies les unités ?

Par convention écrite, votée lors de la CGPM, entre les Etats membres du BIPM.

On les met en pratique …

Une mise en pratique de la définition d'une unité est une série d'instructions qui permettent de réaliser cette définition au plus haut niveau métrologique.

Chaque mise en pratique est rédigée par le Comité consultatif concerné puis, après avoir été approuvée par le CIPM, est publiée par le BIPM.

... à l'aide d'étalons

Les étalons matérialisent la grandeur considérée avec une valeur connue et une exactitude plus ou moins grande.

Ils peuvent être des artefacts ou des dispositifs expérimentaux.

Plan de l'exposé

Le système international aujourd'hui

- avec ses 7 unités de base
- est l'héritier du système métrique
- et du système MKSA

Il a changé ...

- en 1967 : redéfinition de la seconde
- en 1983 : redéfinition du mètre

... et va changer en 2019 avec la redéfinition du kilogramme, de l'ampère, de la mole et du kelvin

- le problème avec les unités électriques
- le problème avec le kilogramme
- la décision prise et la mesure de quatre constantes fondamentales
- le nouveau SI

La candela (cd)

Depuis 1979 :

« La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540 x 10^{12} hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est 1/683 watt par stéradian »

Elle est exprimée en termes strictement physiques,
mais sert pour la photométrie dont l'objectif est de mesurer la lumière
en rendant compte de la sensation visuelle d'un observateur humain

La CIE - Commission internationale de l'éclairage - utilise donc
une fonction d'efficacité spectrale $V(\lambda)$
qui rend compte de la sensibilité spectrale relative de l'œil humain
(valeur maximale 1 pour λ=555 nm soit pour 540 THz)

Unités dérivées :

- **Le lumen (lm) est le flux lumineux émis dans un angle solide de 1 stéradian par une source lumineuse isotrope dont l'intensité lumineuse vaut 1 candela**

$$1\ \mathrm{lm} = 1\ \mathrm{cd.sr}$$

- **Le lux (lx) est l'éclairement lumineux d'une surface qui reçoit, d'une manière uniformément répartie, un flux lumineux d'un lumen par m^2**

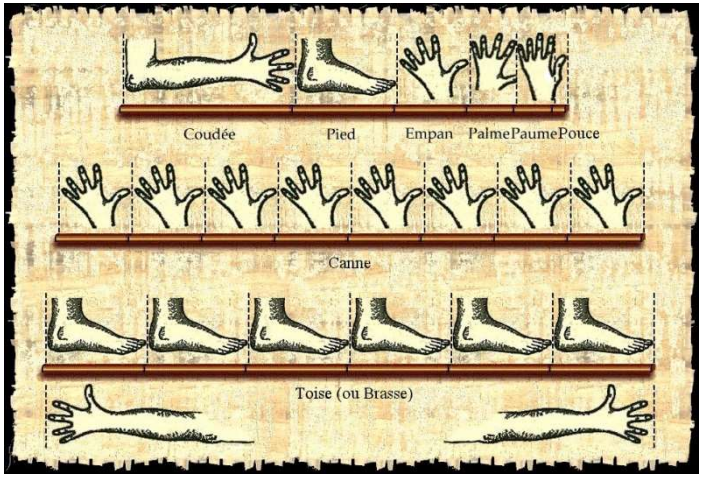
$$1\ \mathrm{lx} = 1\ \mathrm{cd.sr.m^{-2}}$$

Le mètre et le kilogramme sont nés en France à la fin du 18ème siècle

Auparavant :

Chaque région possédait son propre système de mesure ...
par exemple pour les longueurs : perches, palmes, verges, cannes, toises, pieds

... et une même unité pouvait avoir différentes valeurs selon les époques ou les lieux :
toise de Charlemagne, toise du Châtelet, toise du Pérou



Pour peser chez les apothicaires :
la livre valait 12 onces, l'once 8 drachmes, le drachme 3 scrupules et le scrupule 20 grains.

En 1789, dans les cahiers de doléance :

Partout on demande qu'il n'y ait plus « deux poids, deux mesures »
- « pour que le consommateur ne soit plus trompé »
- « pour éviter une infinité de calculs dont la plupart des habitants des campagnes ne sont pas capables et qui induisent journellement une erreur »

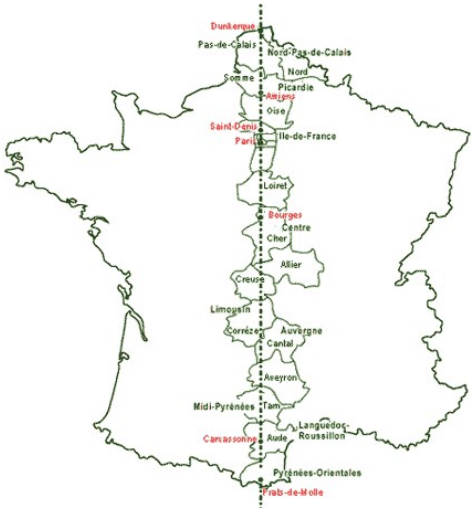
Le 9 mars 1790, Talleyrand propose à l'Assemblée nationale un **Mémoire sur la nécessité de rendre uniformes dans tout le Royaume, toutes les mesures d'étendue et de pesanteur**.

Il faut définir des unités nouvelles et universelles.
Elles ne doivent « tenir à aucun climat, ni à aucune nation particulière ».

La nouvelle unité de longueur sera
la dix millionième partie du quart du méridien terrestre.

Pour mesurer par triangulation l'arc de Dunkerque à Barcelone,
Delambre et Méchain quittent Paris en mai 1792.

Jean-Baptiste Delambre
de Dunkerque à Rodez



Pierre Méchain
de Barcelone à Rodez

Ils seront de retour ensemble à Paris en novembre 1798 !

La nouvelle unité de masse, sera le poids d'un décimètre cube d'eau distillée.

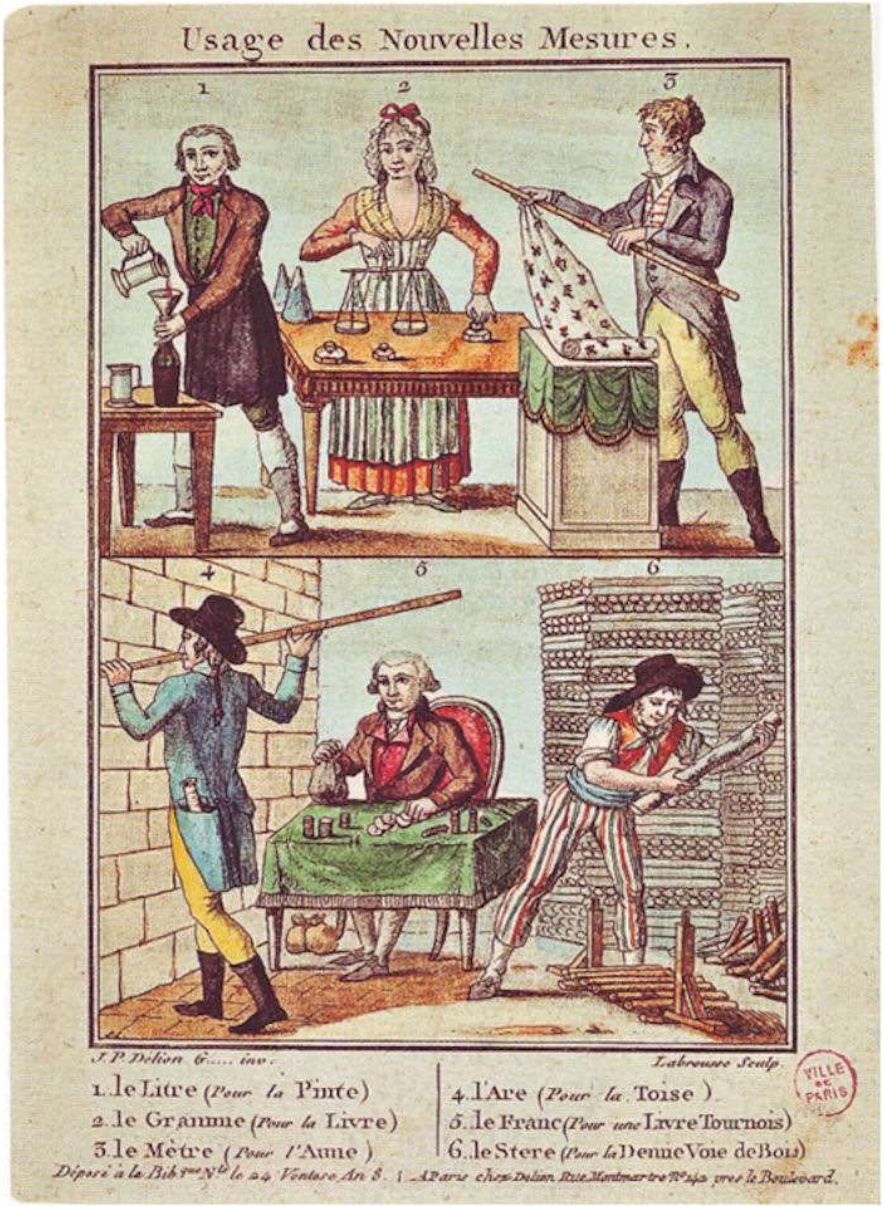
- La loi du 18 Germinal an III (7 avril 1795) institue le système métrique décimal

- En Messidor an III (juillet 1795) un mètre étalon provisoire est fabriqué par Lenoir en laiton

- La loi du 18 Germinal an III (7 avril 1795) institue le système métrique décimal

- En Messidor an III (juillet 1795) un mètre étalon provisoire est fabriqué par Lenoir en laiton

De nouvelles mesures sont fabriquées et diffusées dans toute la France



En novembre 1798, Delambre et Méchain sont de retour ensemble à Paris

Le quart du méridien terrestre est évalué à 5 130 740 toises
et le mètre « vrai et définitif » se trouve ainsi défini

mètre « des Archives »
fabriqué par Etienne Lenoir

Un mètre étalon prototype
est réalisé en platine
ainsi que le kilogramme étalon
qui en découle

kilogramme « des Archives »
fabriqué par Nicolas Fortin

Tous deux sont présentés aux députés des deux Assemblées
puis déposés aux Archives de la République le 4 Messidor An VII (22 juin 1799)

Denis Guedj, La Méridienne, Seghers (1987), rééd. Robert Laffond (1997)

Denis Guedj, Le mètre du monde, Ed. du Seuil (2000)

Ken Adler, Mesurer le Monde. L'incroyable histoire de l'invention du mètre, 1792-1799
Flammarion (2005)

Le système métrique est l'ancêtre du SI

« A tous les temps, à tous les peuples »

Ce timbre, représentant un ange républicain mesurant un arc de méridien terrestre, a été émis en 1954 à l'occasion de la 10ème conférence générale des poids et mesures.

Le système métrique en quelques dates

Révolution française :

- création du Système métrique décimal en 1795
- dépôt, le 22 juin 1799, de deux étalons en platine représentant le mètre et le kilogramme aux Archives de la République à Paris

L'usage du système métrique devient obligatoire en France le 1er janvier 1840

1875 : la Convention du mètre

- traité international qui crée le BIPM
- signée par 17 états membres (actuellement 59)

1889 : 1ère CGPM

- nouveaux prototypes internationaux du mètre et du kilogramme
- avec la seconde des astronomes, système d'unités mécaniques MKS

en platine iridié

90% Pt 10% Ir

L'unité de temps : la seconde

- Elle fut définie à l'origine comme la **fraction 1/86 400 du jour solaire moyen**.
  La définition du « jour solaire moyen » était laissée aux astronomes.

Mais la rotation de la Terre présente des irrégularités...

- Pour donner plus de précision à l'unité de temps,

en 1960, la 11ème CGPM approuva une nouvelle définition,
proposée par l'Union astronomique internationale :
la fraction 1/31 556 925,9747 de l'année tropique (*) **1900**.

(*) L'année tropique est définie comme l'intervalle de temps, sur Terre, pour que le Soleil retourne à la même position dans le cycle des saisons

La seconde a été redéfinie en 1967

et les unités électriques ?

Plan de l'exposé

Le système international aujourd'hui

- avec ses 7 unités de base
- est l'héritier du système métrique
- et du système MKSA

Il a changé ...

- en 1967 : redéfinition de la seconde
- en 1983 : redéfinition du mètre

... et va changer en 2018 avec la redéfinition du kilogramme, de l'ampère, de la mole et du kelvin

- le problème avec les unités électriques
- le problème avec le kilogramme
- la décision prise et la mesure de quatre constantes fondamentales
- le nouveau SI

Les unités électriques au 19ème siècle

• en 1800 : découverte de la pile électrique et de l'électrolyse.

• en 1820 : naissance de l'électromagnétisme.
expérience d'Oersted : déviation de l'aiguille
d'une boussole par un courant électrique.

• dans les années suivantes, André-Marie Ampère
pose les lois de l'électrodynamique,
propose de définir une « intensité de courant »,
invente le terme de « tension électrique ».

André-Marie
Ampère
(1775-1836)

• dans les années 1830, Gauss et Weber mesurent
des champs magnétiques, des résistances et des courants .

• en 1862, la *British Association for the Advancement of Science* généralise la méthode de Gauss et Weber en montrant la possibilité d'exprimer toutes les grandeurs électriques et magnétiques à partir des trois grandeurs fondamentales de la mécanique : longueur, masse et temps.

Les systèmes d'unités électriques

Le système CGS (centimètre, gramme, seconde) , est adopté en 1873
par la British Association, puis par les premiers congrès internationaux d'électricité.

Mais il y a plusieurs façons différentes de relier les grandeurs électriques
aux grandeurs mécaniques !

- par la loi de Coulomb : $F = k_1 qq'/r^2$ force s'exerçant entre deux charges

dans le système CGS électrostatique, k_1 est sans dimension et vaut 1

- par la loi d'Ampère : $F = k_2\, I\, I' dl\, dl'/r^2$ force s'exerçant entre deux conducteurs parcourus par un courant

dans le système CGS électromagnétique, k_2 est sans dimension et vaut 1

les grandeurs électriques n'ont pas les mêmes dimensions dans les deux systèmes ...

En 1901, Giovanni Giorgi propose un nouveau **système unifié**

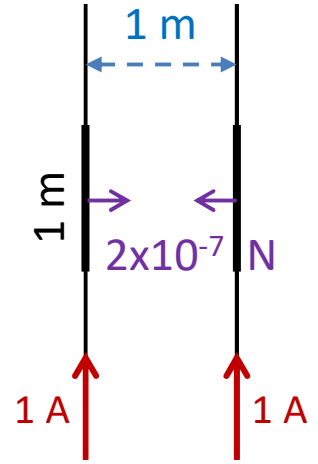
Les constantes k_1 et k_2 ont chacune une dimension et valent $k_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ $k_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}$

ε_0 est la permittivité du vide
μ_0 est la perméabilité du vide

et l'on a : $\varepsilon_0\, \mu_0\, c^2 = 1$

Après de nombreuses discussions, ce système unifié fut adopté **en 1948** où la 9ème CGPM adopta la définition suivante :

« L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à 2×10^{-7} newton par mètre de longueur. »



L'ampère est pris comme unité fondamentale aux côtés du mètre, du kilogramme et de la seconde, ce qui constitue le système MKSA.

la constante μ_0 se trouve fixée à $4\pi \times 10^{-7}$ m kg s^{-2} A^{-2} (ou H/m)

La Conférence adopte également le **newton** comme unité de force (force capable de procurer à une masse de 1 kg une accélération de 1 $\mathrm{m/s^2}$). Le **joule**, alors défini comme l'énergie dégagée pendant une seconde par un courant d'un ampère traversant une résistance d'un ohm, devient également le travail d'une force d'un newton déplaçant son point d'application d'un mètre dans sa direction.

Les unités mécaniques et électriques sont enfin unifiées

Plan de l'exposé

Le système international aujourd'hui

- avec ses 7 unités de base
- est l'héritier du système métrique
- et du système MKSA

Il a changé ...

- en 1967 : redéfinition de la seconde
- en 1983 : redéfinition du mètre

... et va changer en 2019 avec la redéfinition du kilogramme, de l'ampère, de la mole et du kelvin

- le problème avec les unités électriques
- le problème avec le kilogramme
- la décision prise et la mesure de quatre constantes fondamentales
- le nouveau SI

Redéfinir les unités à partir des atomes

Maxwell, en 1870 :

« Si, alors, nous voulons obtenir des étalons de longueur, de temps et de masse
qui doivent rester absolument permanents, on doit les chercher
non pas dans les dimensions, ou le mouvement ou la masse de notre planète,
mais dans la longueur d'onde, la période de vibration et la masse absolue
de ces molécules parfaitement semblables, impérissables et inaltérables. »

Tous les atomes d'un même élément chimique sont identiques (universalité)

La 13ème CGPM (1967)

« considérant que la définition de la seconde décidée par la 11ème CGPM (1960)
ne suffit pas aux besoins actuels de la métrologie ...
... que le moment est venu de remplacer la définition actuellement en vigueur de
l'unité de temps du Système international d'unités par une définition atomique...»

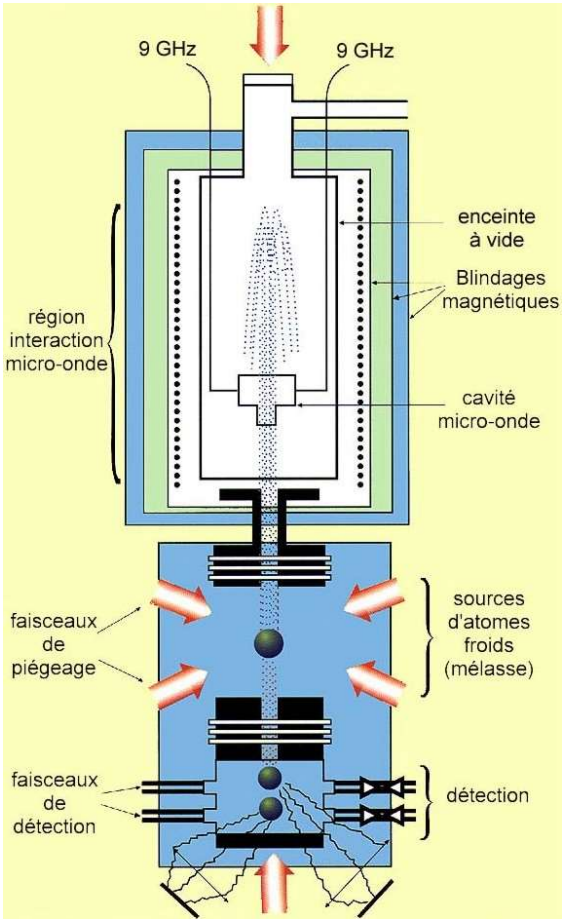
redéfinit la seconde :

**« La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation
correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état
fondamental de l'atome de césium 133 »**

Cette définition est toujours
actuellement en usage
et permet de réaliser l'unité de temps du SI
à un niveau d'exactitude de l'ordre de 10^{-16}
avec les **fontaines à atomes froids**

la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium est donc égale à 9 192 631 770 Hz exactement

Une exactitude de 10^{-16} correspond à moins de 1 seconde d'erreur sur 300 millions d'années !



SYRTE - LKB

Le mètre avait également été redéfini à partir d'un atome

par la 11ème CGPM (1960) :

« Le mètre est la longueur égale à 1 650 763,73 longueurs d'onde dans le vide de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux $2p_{10}$ et $5d_5$ de l'atome de krypton 86 »

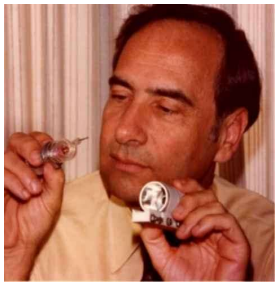
« La définition du mètre en vigueur depuis 1889, fondée sur le Prototype international en platine iridié, est abrogée. »

la longueur d'onde de la raie orangée du krypton 86 est fixée

on peut mesurer les longueurs par interférométrie

mais 1960 est aussi l'année du premier laser

mai 1960



Theodore H. Maiman
Hughes Research Laboratories
Malibu, Californie

Une révolution en optique !

le laser, un nouvel outil pour la spectroscopie et la métrologie

- réaliser des références de fréquences
- mesurer des fréquences et des longueurs d'onde de plus en plus précisément

Exemple (1972) : laser He-Ne stabilisé sur CH_4 à 3,39 μm

- mesure de longueur d'onde par interférométrie à $3{,}5 \times 10^{-9}$

- mesure de fréquence avec une chaîne de fréquences à 6×10^{-10}

de λ et f on peut en déduire la vitesse de la lumière

$\lambda f = c$ c = 299 792 456, 2 (1,1) m/s à $3{,}5 \times 10^{-9}$

La précision sur c est améliorée d'un facteur 100…

… mais limitée par l'étalon de longueur (la lampe à Kr)

→ **il faut changer d'étalon de longueur !**

Entre 1972 et 1982, les mesures de fréquence progressent :
pour cette même transition, on atteint $1{,}6 \times 10^{-11}$

Le mètre est redéfini en 1983

La 17ème Conférence Générale de Poids et Mesures
attribue une valeur exacte à la vitesse de la lumière en redéfinissant le mètre :

« Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1 / 299 792 458 seconde »

$$c = 299\,792\,458\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

Il n'y a plus qu'un seul étalon pour les longueurs et les temps / fréquences : l'horloge à césium

Plan de l'exposé

Le système international aujourd'hui

- avec ses 7 unités de base
- est l'héritier du système métrique
- et du système MKSA

Il a changé ...

- en 1967 : redéfinition de la seconde
- en 1983 : redéfinition du mètre

... et va changer en 2019 avec la redéfinition du kilogramme, de l'ampère, de la mole et du kelvin

- le problème avec les unités électriques
- le problème avec le kilogramme
- la décision prise et la mesure de quatre constantes fondamentales
- le nouveau SI

Réalisation des unités des grandeurs électriques aujourd'hui

l'unité de base (l'ampère) et ses unités dérivées (l'ohm et le volt) $I = U/R$

En pratique, on réalise :

- le volt au moyen d'une balance dans laquelle une force électrostatique est mesurée en fonction d'une force mécanique qq 10^{-7}
- l'ohm en utilisant la variation de capacité d'un condensateur de Thompson-Lampard
- le watt à l'aide de la balance du watt $P = UI$ 2×10^{-8}

qui permet de comparer une puissance électrique à une puissance mécanique

(on y reviendra)

En combinant deux des dispositifs ci-dessus, on réalise l'ampère avec une incertitude relative de quelques 10^{-7}

En pratique, on a des références bien meilleures pour le volt et l'ohm en utilisant des dispositifs quantiques

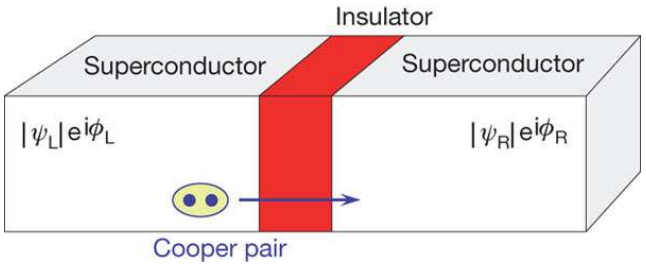
Les références électriques actuelles sont reliées à des constantes fondamentales

Deux effets quantiques macroscopiques sont actuellement utilisés pour assurer la conservation du volt et de l'ohm avec des incertitudes relatives de l'ordre de 10^{-9}

- l'effet Josephson

Une jonction supraconducteur-isolant-supraconducteur soumise à un rayonnement hyperfréquence de fréquence f génère une tension

$$U = \frac{f}{K_J}$$



$$K_J = 2e/h$$

Brian David Josephson
prix Nobel de physique 1973

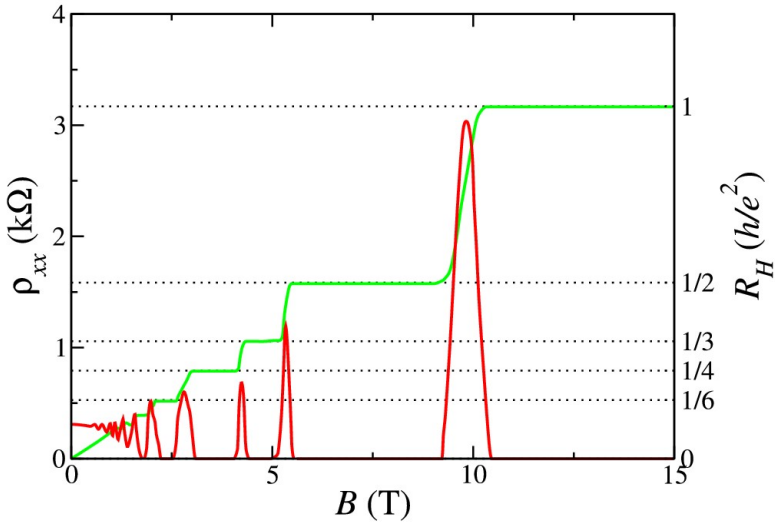
La jonction Josephson est un convertisseur fréquence-tension :
le coefficient de proportionnalité K_J est la constante Josephson

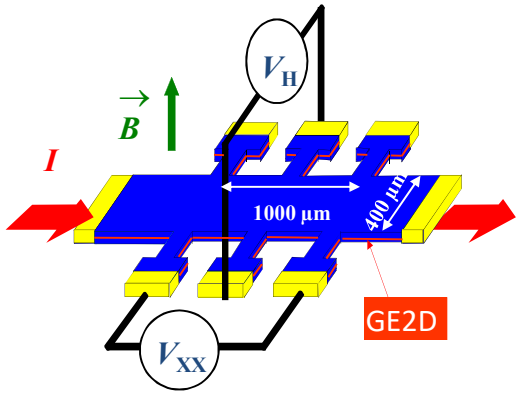
L'étalon de tension Josephson donne une référence très stable
qui a été recommandée pour représenter le volt par la 18ème CPGM en 1987.
La valeur de K_J conventionnellement choisie depuis 1990 est : $K_{J\text{-}90}$ = 483 597,9 GHz/V

Les références électriques actuelles sont reliées à des constantes fondamentales

- l'effet Hall quantique

Dans un gaz d'électrons bidimensionnel à basse température, on observe la quantification de la résistance de Hall





- hétérostructure de semiconducteurs GaAs/AlGaAs
- champ magnétique perpendiculaire au courant

Les plateaux de résistance Hall valent $R_H = \frac{R_K}{n}$ où n est un entier

R_K est la constante de von Klitzing

$$R_K = \frac{h}{e^2}$$

Klaus von Klitzing
prix Nobel de physique 1985

étalon de résistance Hall quantique

La valeur de R_K conventionnellement choisie depuis 1990 est : $R_{K\text{-}90}$ = 25 812,807 Ω

La balance du watt ou balance de Kibble

Elle permet de comparer une puissance mécanique à une puissance électromagnétique

D'un côté une masse étalon M, de l'autre une bobine horizontale de longueur L parcourue par un courant I et soumise à un champ magnétique radial B

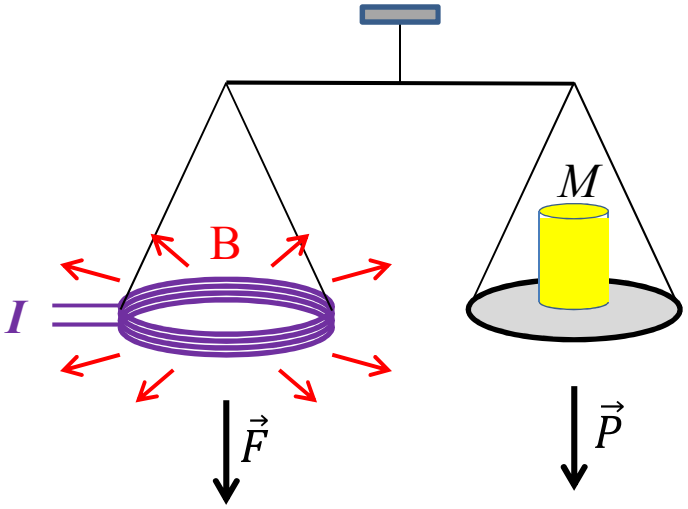
La mesure est effectuée en deux étapes :

- la phase statique

la force de Laplace $\vec{F}$ équilibre le poids de la masse étalon $\vec{P}$

$$B\,L\,I = Mg$$

on mesure I



La balance du watt ou balance de Kibble

Elle permet de comparer une puissance mécanique à une puissance électromagnétique

D'un côté une masse étalon M, de l'autre une bobine horizontale de longueur L parcourue par un courant I et soumise à un champ magnétique radial B

La mesure est effectuée en deux étapes :

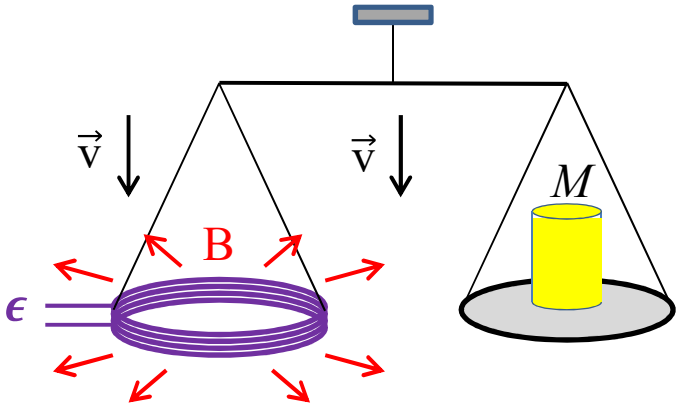
- la phase statique

la force de Laplace $\vec{F}$ équilibre le poids de la masse étalon $\vec{P}$

$$B\,L\,I = Mg$$

on mesure I

- la phase dynamique



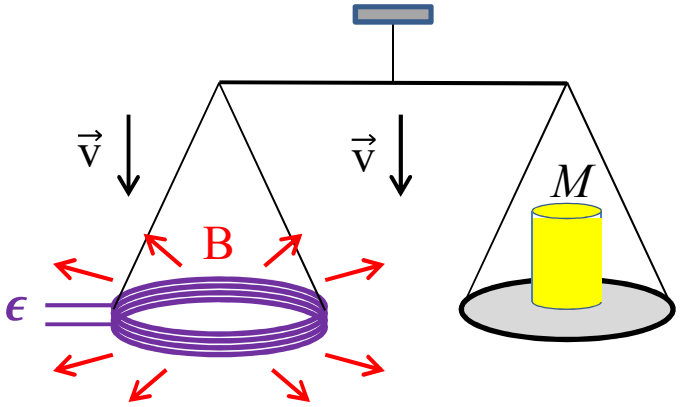
l'ensemble est déplacé dans le champ magnétique avec la vitesse v ; il apparaît aux bornes de la bobine une tension induite ϵ qu'on mesure

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\,L\,\frac{dz}{dt} = -B\,L\,\mathrm{v}$$

on en déduit que $Mg\,\mathrm{v} = |\epsilon|\,I$

les paramètres géométriques sont éliminés

La mesure de $|\epsilon|$ et I



$$Mg\,\mathrm{v} = |\epsilon|\, I$$

on mesure I pendant la phase statique
et ϵ pendant la phase dynamique

l'intensité I est déterminée en mesurant
la tension U aux bornes d'une résistance R

$$I = U/R$$

Tensions et résistance sont obtenues par comparaison avec les étalons Josephson et Hall

On a donc

$$|\epsilon|\, I = \frac{A}{{K_J}^2\, R_K} = A\left(\frac{h}{2e}\right)^2 \frac{e^2}{h} = \frac{A\,h}{4}$$

Si les relations donnant R_K et K_J sont exactes,
ce qui a été testé à un niveau bien meilleur que 10^{-7},
alors la balance du watt donne une mesure de

$$\frac{h}{M} = \frac{4\,g\,\mathrm{v}}{A}$$

Les mesures de g et v

Mesure de la vitesse de déplacement v

Elle est de quelques mm par seconde

La position et la vitesse de la bobine sont mesurées par interférométrie, avec plusieurs faisceaux laser (effet Doppler)

Mesure de l'accélération de la pesanteur g

Elle est mesurée localement par un gravimètre absolu

Principe de fonctionnement :

- soit chute libre d'un coin de cube
- soit chute libre d'un nuage d'atomes refroidis par laser

Dans les deux cas, la mesure est faite par interférométrie

Incertitudes de l'ordre de 10^{-9}

Plan de l'exposé

Le système international aujourd'hui

- avec ses 7 unités de base
- est l'héritier du système métrique
- et du système MKSA

Il a changé ...

- en 1967 : redéfinition de la seconde
- en 1983 : redéfinition du mètre

... et va changer en 2019 avec la redéfinition du kilogramme, de l'ampère, de la mole et du kelvin

- le problème avec les unités électriques
- le problème avec le kilogramme
- la décision prise et la mesure de quatre constantes fondamentales
- le nouveau SI

Le kg aujourd'hui

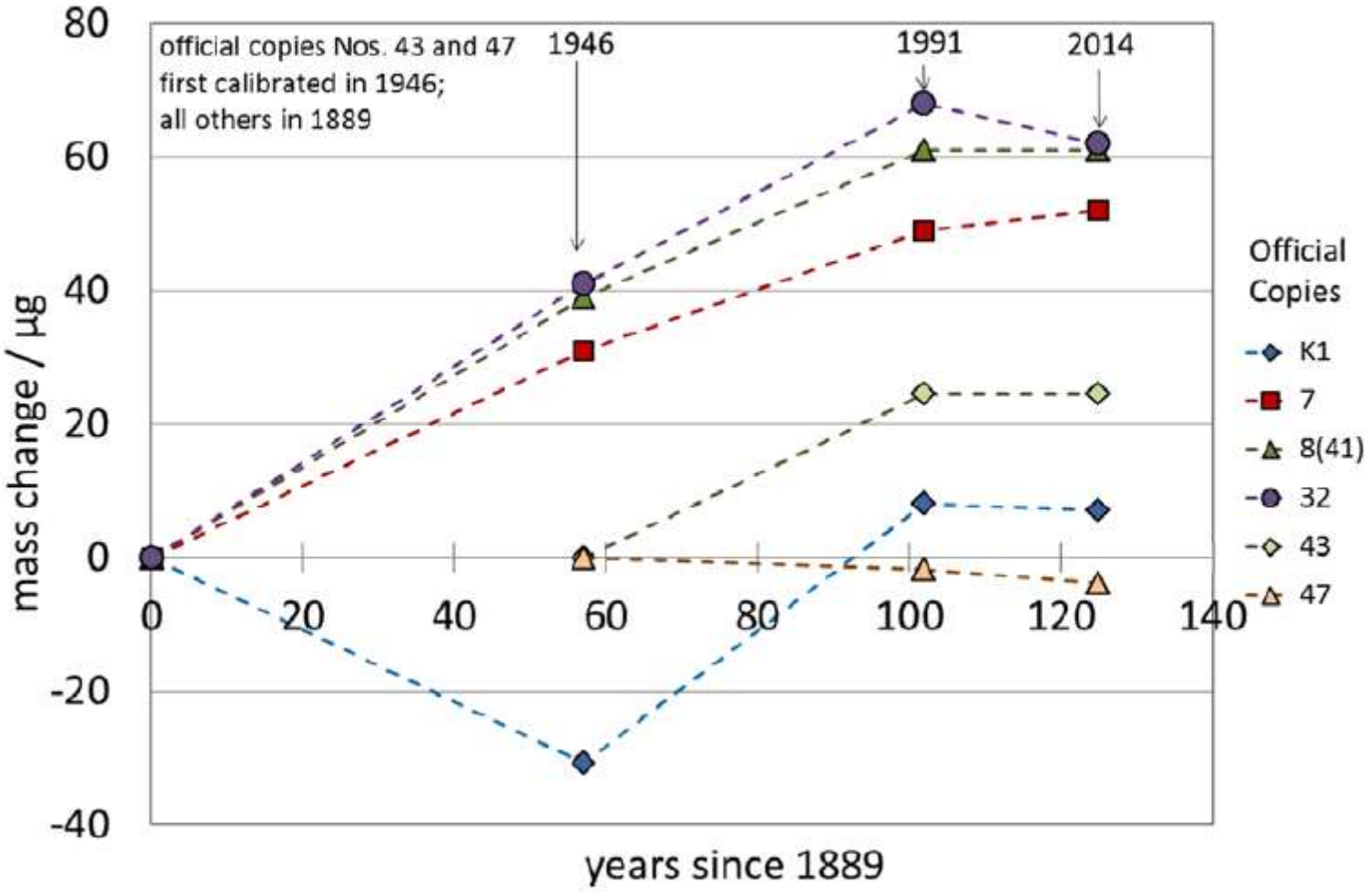
« Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme »

Au BIPM à Sèvres

le seul artefact matériel encore utilisé aujourd'hui pour définir une unité de base du SI

Le prototype international du kilogramme $\mathscr{K}$ (IPK) et ses six copies officielles témoins

Depuis 1889, on l'a sorti trois fois pour effectuer une intercomparaison



Dernière comparaison du prototype international avec ses six copies officielles en 2014

35 µg d'écart correspond à 3,5 x 10^{-8} en valeur relative

Il est temps de redéfinir le kilogramme

Il n'a pas changé depuis 1889 contrairement au mètre et à la seconde

« Redefinition of kilogram : a decision whose time has come »
I. M. Mills et al., Metrologia **42**, 71-80 (2005)

Comment faire ?

En fixant la valeur d'une constante de la physique, comme on l'a fait en 1983 pour c

Choix possibles

- à partir d'une masse microscopique ?

il faut relier le microscopique au macroscopique : on sait le faire

- à partir d'une masse macroscopique ?

la balance du watt donne accès à h/M en passant par les unités électriques

Choix fait : - fixer la valeur de h pour redéfinir le kg ...

... et en même temps :

- fixer la valeur de N_A pour redéfinir la mole
- fixer la valeur de e pour redéfinir l'ampère
- fixer la valeur de k pour redéfinir le kelvin

Résolution 1 de la 24ème réunion de la Conférence Générale des Poids et Mesures (2011)

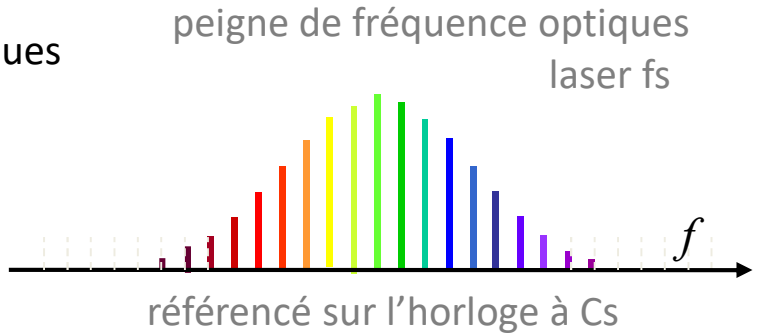
Quel rapport entre le kilogramme et la constante de Planck ?

Remarques clés

- Le meilleur étalon qu'on possède est l'étalon de temps (l'horloge à césium)
- Ce qu'on sait le mieux mesurer avec une grande précision, ce sont les fréquences

par exemple les fréquences optiques

$$E = h\,f$$



Quel rapport entre le kilogramme et la constante de Planck ?

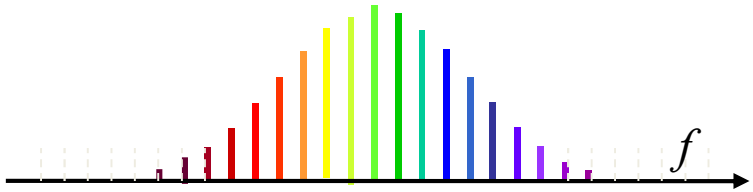
Remarques clés

- Le meilleur étalon qu'on possède est l'étalon de temps (l'horloge à césium)
- Ce qu'on sait le mieux mesurer avec une grande précision, ce sont les fréquences

par exemple les fréquences optiques

$$E = h\,f$$

peigne de fréquence optiques
laser fs



référencé sur l'horloge à Cs

Expérimentalement

- La balance du watt donne accès à *h/M* en passant par les unités électriques

$$E = M\,c^2$$

- Dans notre équipe, nous déduisons *h/m* de la vitesse de recul v_r d'un atome quand il absorbe un photon

$$v_r = \frac{\hbar k}{m} = \frac{h}{m}\frac{f}{c}$$

(avant) $\vec{k}$ (après) $\vec{v_r}$

conservation de l'impulsion

$$\hbar\vec{k} = m\vec{v_r}$$

Quel rapport entre le kilogramme et la constante de Planck ?

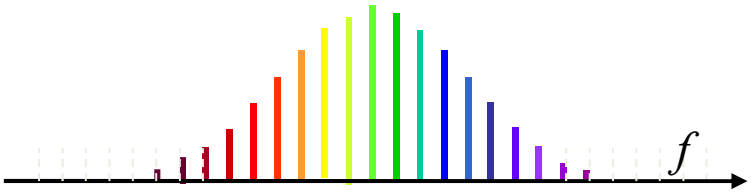
Remarques clés

- Le meilleur étalon qu'on possède est l'étalon de temps (l'horloge à césium)
- Ce qu'on sait le mieux mesurer avec une grande précision, ce sont les fréquences

par exemple les fréquences optiques

$$E = h\,f$$

peigne de fréquence optiques
laser fs



référencé sur l'horloge à Cs

Expérimentalement

$$E = M\,c^2$$

- La balance du watt donne accès à *h/M* en passant par les unités électriques
- Dans notre équipe, nous déduisons *h/m* de la vitesse de recul v_r d'un atome quand il absorbe un photon

$$v_r = \frac{\hbar k}{m} = \frac{h}{m}\frac{f}{c}$$

Choix fait : - fixer h pour redéfinir le kg ...

... et aussi : - fixer k pour redéfinir le kelvin

$$E = k\,T$$

Comment sont fixées les valeurs des constantes ?

La valeur de chaque constante a été fixée à partir de sa meilleure estimation,
déterminée par un ajustement des moindres carrés,
à partir de toutes les données expérimentales disponibles

Un tel ajustement est réalisé régulièrement par le CODATA
(Committee on Data for Science and Technology, Task Group on Fundamental Constants)

Un ajustement a été réalisé en 2017

Ces dernières années , une intense activité expérimentale a porté sur la mesure des quatre constantes h , N_A , e et k avant ce dernier ajustement

Le kelvin (K) actuellement

« Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau »

(définition de la CGPM de 1954, puis 1967, complétée par le CIPM en 2005)

L'échelle internationale de température permet la réalisation pratique de la température.

Elle comprend les échelles suivantes :

- ITS-90 (International Temperature Scale of 1990) : de 0,65 K aux très hautes températures
- PLTS-2000 (Provisional Low Temperature Scale) : de 0,9 mK à 1 K

En pratique : une grandeur physique pour un intervalle de température, avec une loi physique qui donne la relation entre la grandeur et la température

exemples : pression d'un gaz, résistance de platine, rayonnement du corps noir ...

Les différentes méthodes de mesure de *k*

On mesure une quantité physique proportionnelle à kT

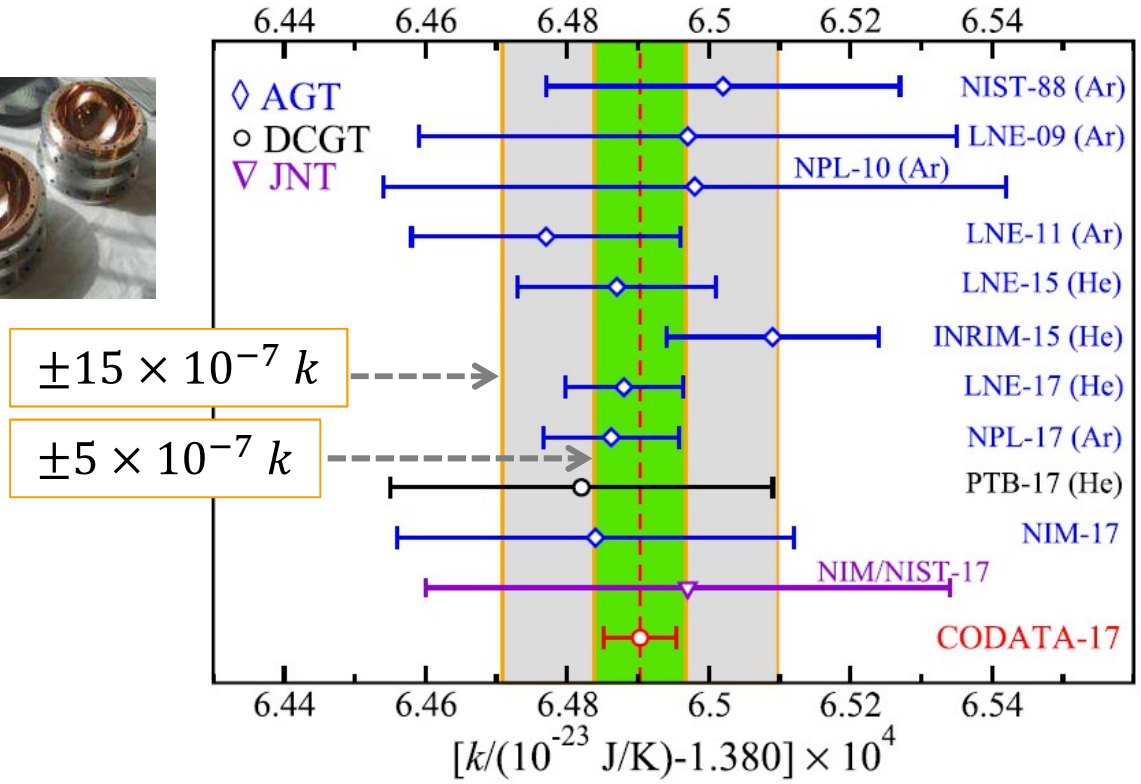
Les méthodes les plus précises consistaient à mesurer :

- la constante diélectrique de l'hélium (DCGT)
- le bruit thermique d'un conducteur (bruit Johnson JNT)
- la vitesse du son dans un gaz parfait (AGT)

LNE, CNAM

résonateur quasi-sphérique rempli d'argon ou d'hélium

mesure des fréquences de résonances



D.B. Newell *et al*, Metrologia **55**, L13-L16 (2018)

La mole (mol) actuellement

« La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12 »

$$N_A \, m(^{12}C) = M(^{12}C) = 12 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$M(^{12}C) = 12 \, M_u$$

la constante de masse molaire M_u
est égale exactement à 10^{-3} kg mol^{-1}

Les entités élémentaires peuvent être des atomes, des molécules, des ions, des électrons, d'autres particules ou des groupements spécifiés de telles particules.

En 2019 :

Elle sera redéfinie comme la quantité de matière
associée à N_A entités élémentaires
où la constante d'Avogadro N_A a une valeur fixée

Elle sera donc déconnectée de la définition du kg

Mesurer la constante d'Avogadro en comptant des atomes de silicium

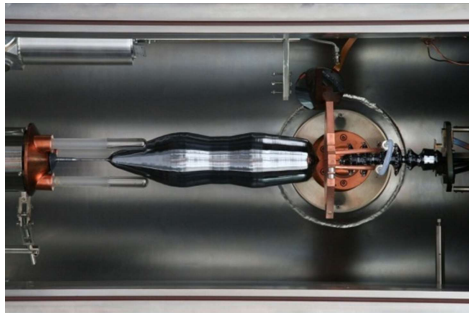
Sphère de silicium 28
dans laquelle se reflète
un vieil étalon du kg

L'idée : compter le nombre d'atomes dans 1 kg de silicium

Les étapes de la mesure

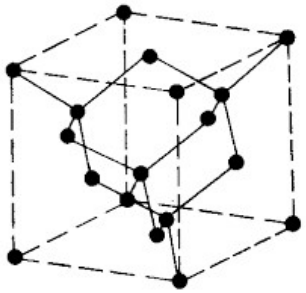
Préparation d'échantillons :

- Formation de SiF_4 gazeux en faisant réagir du fluor sur du silicium naturel (Si 28, 29 et 30)
- Séparation par centrifugation -> $^{28}SiF_4$ à 99,999%
- Fusion d'un lingot de Si presque pur : le cylindre obtenu est découpé en plusieurs échantillons

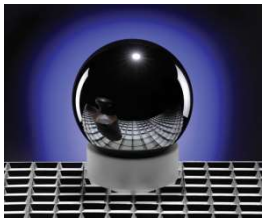


• Etude d'un échantillon au spectromètre de masse
de sa composition isotopique on déduit sa masse molaire moyenne $M(Si)$

• Analyse d'un échantillon par interférométrie X
mesure de la distance entre plans atomiques
et détermination de la taille de la maille cristalline a^3

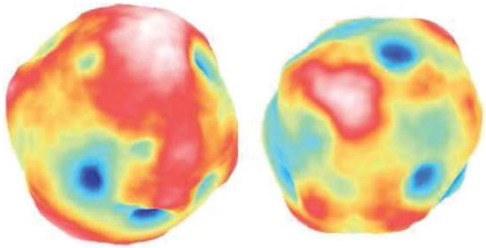


• Usinage et polissage d'une sphère presque parfaite



diamètre mesuré par interférométrie

les imperfections



de -63 nm à +37 nm

• Pesée de la sphère avec une balance de précision

Résultat

On a déterminé la masse et le volume de la sphère

- on peut donc déduire sa masse volumique $\rho(Si)$
- comme on connaît précisément le rapport $A_r(Si)$ des masse molaires du ^{12}C et du ^{28}Si, on connaît la masse molaire et on peut déduire le volume molaire du silicium

$$V_m(Si) = \frac{M(Si)}{\rho(Si)} = \frac{A_r(Si)\, M_u}{\rho(Si)}$$

- on détermine donc la constante d'Avogadro

$$N_A = \frac{V_m(Si)}{a^3/n}$$

n nombre d'atomes dans la maille cristalline

Mesure la plus précise :

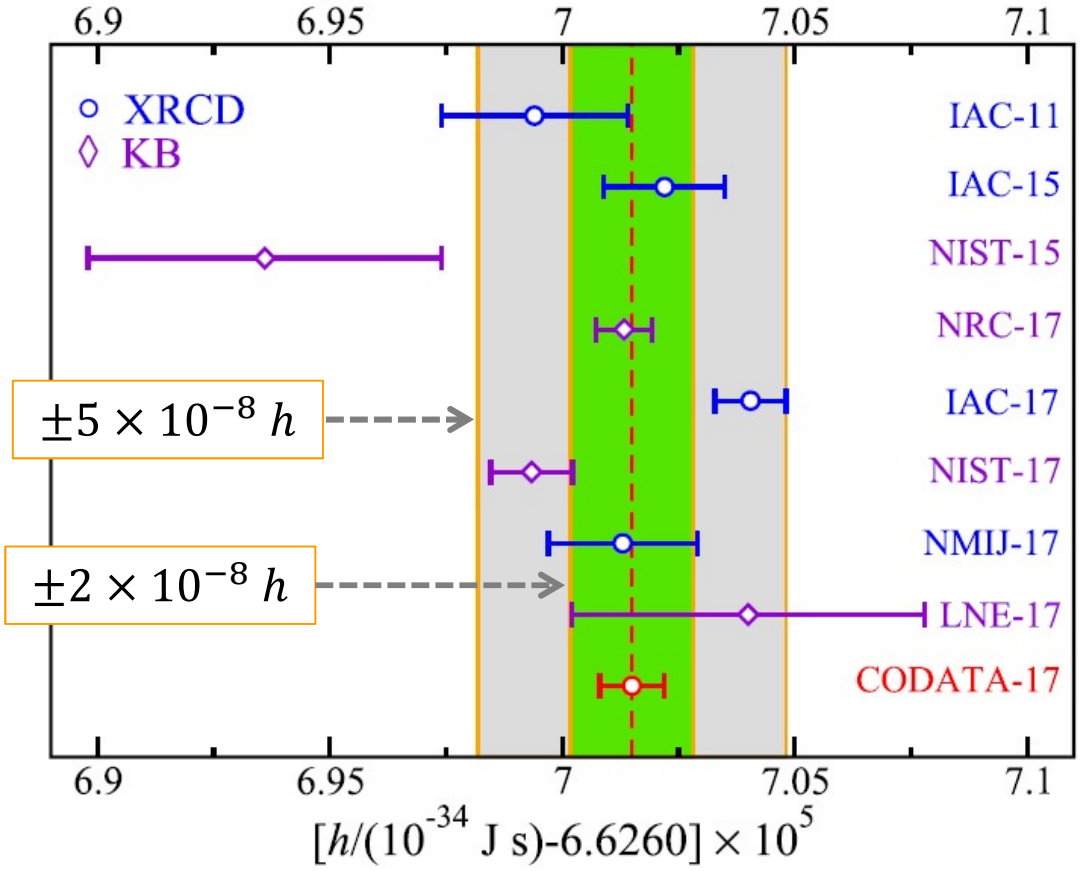
G. Bartl et al. , Metrologia **54**, 693 (2017) (International Avogadro Coordination)

$$N_A = 6{,}023\ 140\ 526(70)\ 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$$

incertitude relative
$1{,}2 \times 10^{-8}$

Les différentes méthodes de mesure de *h*

D.B. Newell *et al*,
Metrologia **55**,
L13-L16 (2018)



Deux méthodes !

- la balance du watt (balance de Kibble KB)
- la sphère de silicium (X Ray Crystal Density : XRCD)

Les deux constantes h et N_A ont reliées entre elles par d'autres constantes mesurées très précisément

La constante de structure fine α et la constante de Rydberg R_∞
(toutes deux mesurées dans notre équipe au LKB)

- La constante de Rydberg donne l'échelle des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

$$E_n \approx \frac{R_\infty}{n^2}$$

connue à qq 10^{-12}

$$hc\,R_\infty = \frac{1}{2} m_e c^2 \alpha^2$$

- La constante structure fine donne l'intensité du couplage électromagnétique

on l'obtient à partir de h/m_e et de R_∞

$$\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc}$$

connue à qq 10^{-10}

sans dimension
elle vaut environ 1/137

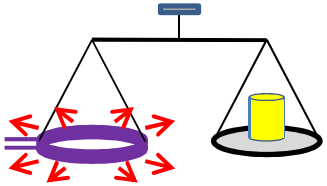
on peut donc déduire la constante de Planck h de N_A

$$h = \frac{cA_r(e)M_u\alpha^2}{2N_A R_\infty}$$

où $A_r(e)$ est la masse relative molaire de l'électron
connue à qq 10^{-10}

ou déduire N_A de h

Les mesures actuelles de *h*

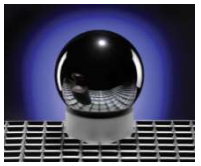


- la balance du watt : elle permet de déterminer h/M
  où M est une masse macroscopique
  si les relations donnant R_K et K_J sont exactes

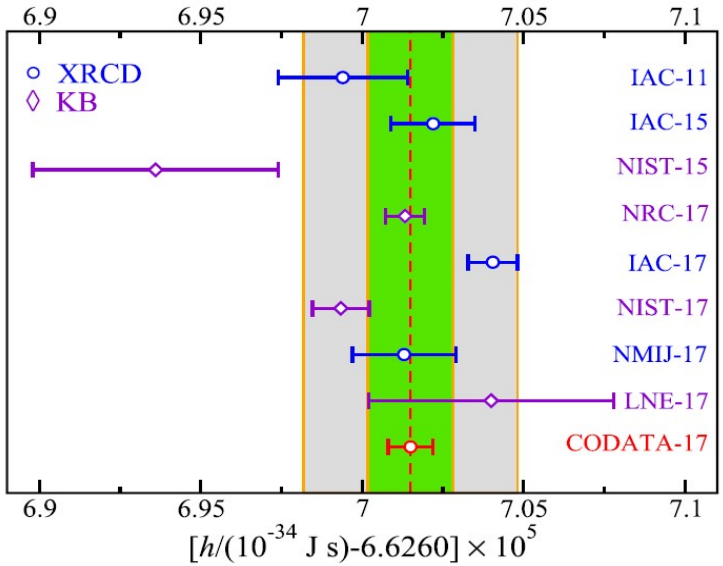
$$\frac{h}{M} = \frac{4\,g\,\mathrm{v}}{A}$$

- la sphère de silicium : associée aux valeurs précisément connues de α et R_∞
  elle permet de déterminer h à partir de N_A

  et donc par comparaison de tester la validité
  des expressions de R_K et K_J



Il y a un bon accord
entre les deux types de mesures



Et les unités électriques ?

La détermination de la charge de l'électron e est obtenue à partir de

la constante de structure fine $\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc}$ qui donne $e = \sqrt{\frac{2\alpha h}{\mu_0 c}}$

incertitude de l'ordre de 10^{-8}

En fixant h et e :

$K_J = \frac{2e}{h}$ et $R_K = \frac{h}{e^2}$ vont se trouver fixées.

Les effets Josephson et Hall permettront de réaliser
des étalons de résistance et de tension au sein du SI

En abandonnant l'actuelle définition de l'ampère :

μ_0 ne sera plus fixé, ni ε_0 , même si on aura toujours $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

Le CIPM s'est réuni du 16 au 20 octobre 2017

Au vu des résultats de l'ajustement des constantes fondamentales réalisé par le CODATA en 2017, il a recommandé à la 26ème CGPM d'adopter les valeurs suivantes pour redéfinir le kilogramme, l'ampère, le kelvin et la mole :

$$h = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$$

$$e = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

$$k = 1,380\,649 \times 10^{-2}\ \mathrm{J\,K^{-1}}$$

$$N_A = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$$

Les constantes précédemment fixées n'auront plus de valeurs exactes :

$$m(\mathcal{K}) \approx 1\ \mathrm{kg}$$

$$\mu_0 \approx 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{m\,kg\,s^{-2}\,A^{-2}}$$

$$T_{TPW} \approx 273,16\ \mathrm{K}$$

$$M(^{12}C) \approx 12{\times}10^{-3}\ \mathrm{kg}$$

La CGPM s'est réunie du 13 au 16 novembre 2018

Elle a décidé qu'à compter du 20 mai 2019 :

- Les précédentes définitions des unités de base sont abrogées
- Les nouvelles définitions de ces unités sont les suivantes

– La seconde, symbole s, est l'unité de temps du SI. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de la fréquence du césium, $\Delta\nu_{Cs}$, la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, égale à 9 192 631 770 lorsqu'elle est exprimée en Hz, unité égale à s^{-1}.

– Le mètre, symbole m, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide, c, égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en m/s, la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{Cs}$.

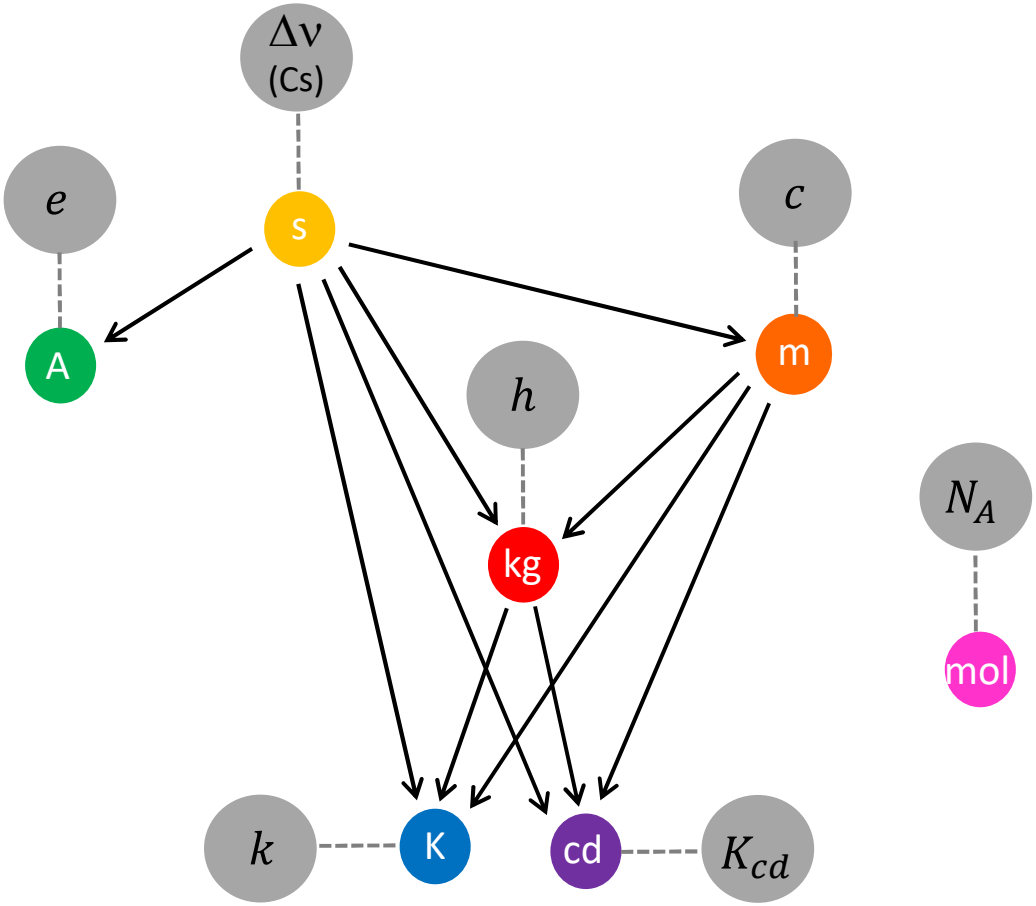
La seconde et le mètre, comme la candela ne changent pas,
mais leurs définitions sont reformulées sur le même modèle « à constante explicite »
que les autres unités de base qui sont redéfinies.

Les quatre nouvelles définitions

- Le kilogramme, symbole kg, est l'unité de masse du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Planck, h, égale à $6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}$ lorsqu'elle est exprimée en J s, unité égale à kg m^2 s^{-1}, le mètre et la seconde étant définis en fonction de c et $\Delta\nu_{Cs}$.
- L'ampère, symbole A, est l'unité de courant électrique du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la charge élémentaire, e, égale à $1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}$ lorsqu'elle est exprimée en C, unité égale à A s, la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{Cs}$.
- Le kelvin, symbole K, est l'unité de température thermodynamique du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Boltzmann, k, égale à $1{,}380\,649 \times 10^{-23}$ lorsqu'elle est exprimée en J K^{-1}, unité égale à kg m^2 s^{-2} K^{-1}, le kilogramme, le mètre et la seconde étant définis en fonction de h, c et $\Delta\nu_{Cs}$.
- La mole, symbole mol, est l'unité de quantité de matière du SI. Une mole contient exactement $6{,}022\,140\,76 \times 10^{23}$ entités élémentaires. Ce nombre, appelé « nombre d'Avogadro », correspond à la valeur numérique fixée de la constante d'Avogadro, N_A, lorsqu'elle est exprimée en mol^{-1}.

Sauf celle de la mole, toutes les autres définitions découlent maintenant de celle de la seconde

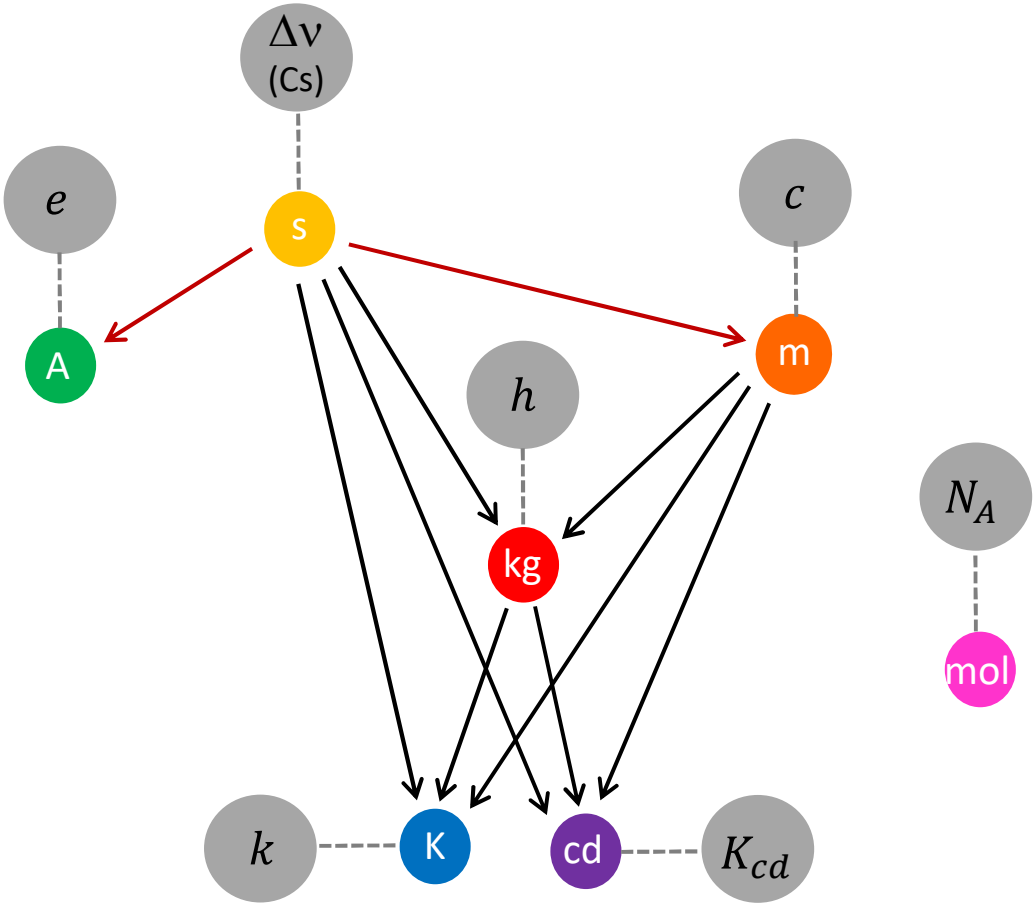
https://www.bipm.org/



https://www.bipm.org/

e s'exprime en C (A s)

c s'exprime en m s^{-1}

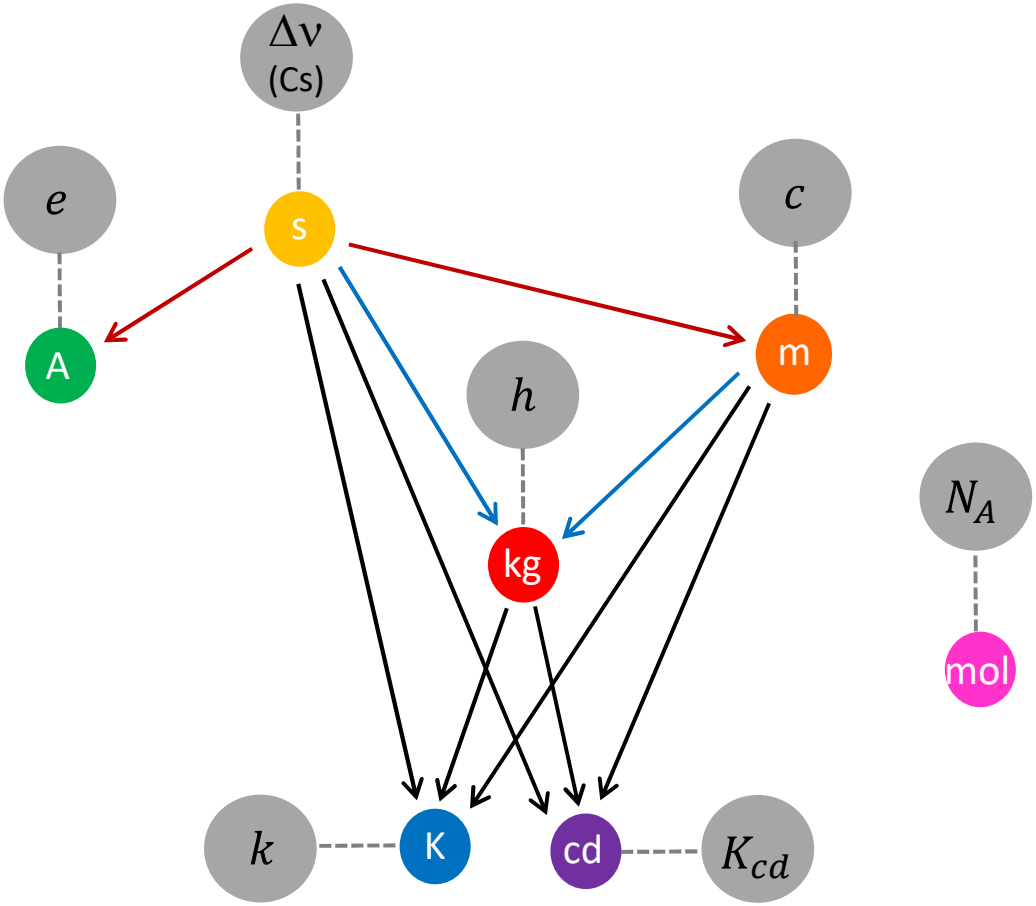


https://www.bipm.org/

e s'exprime en C (A s)

c s'exprime en m s^{-1}

h s'exprime en J s (kg m^2 s^{-1})



« A tous les temps, à tous les peuples »

L'universalité aujourd'hui :

des constantes de valeurs fixées

bien au-delà de notre Terre !

Merci de votre attention !