Propriétés universelles de la diffusion des neutrons

Séminaire MACOE 4 décembre 2014

Clélia de Mulatier

Directeurs de thèse Cheikh Diop et Alberto Rosso
Encadrant CEA Andrea Zoia

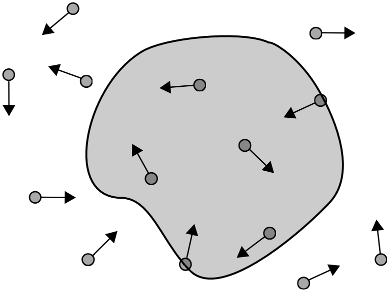
Position du problème - caractériser la transparence d'un milieu

L'Opacité $\mathcal{O}$

Le flux intéragit-il avec le milieu ? L'**opacité**, rapport entre longueur caractéristique du milieu et longueur caractéristique de la marche :

$$\mathcal{O} = \frac{\langle L_c \rangle}{\lambda}$$

λ libre parcours moyen



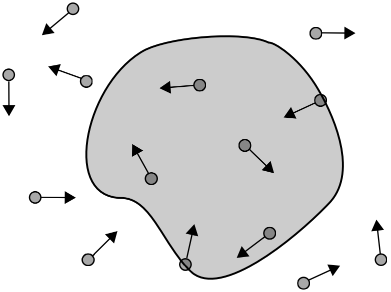
Position du problème - caractériser la transparence d'un milieu

L'Opacité $\mathcal{O}$

Le flux intéragit-il avec le milieu ? L'**opacité**, rapport entre longueur caractéristique du milieu et longueur caractéristique de la marche :

$$\mathcal{O} = \frac{\langle L_c \rangle}{\lambda} \overset{3D}{=} \Sigma \frac{4\,V}{S}$$

Σ section efficace du milieu
λ libre parcours moyen



Position du problème - caractériser la transparence d'un milieu

L'Opacité $\mathcal{O}$

Le flux intéragit-il avec le milieu ? L'**opacité**, rapport entre longueur caractéristique du milieu et longueur caractéristique de la marche :

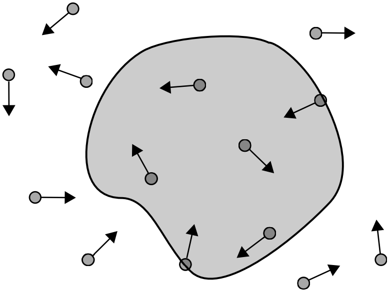
$$\mathcal{O} = \frac{\langle L_c \rangle}{\lambda} \overset{3D}{=} \Sigma \frac{4\,V}{S}$$

Σ section efficace du milieu
λ libre parcours moyen

La longueur de trace $\langle L \rangle$

Une définition plus générale de l'opacité ?

$$\Sigma \langle L \rangle$$



Position du problème - caractériser la transparence d'un milieu

L'Opacité $\mathcal{O}$

Le flux intéragit-il avec le milieu ? L'**opacité**, rapport entre longueur caractéristique du milieu et longueur caractéristique de la marche :

$$\mathcal{O} = \frac{\langle L_c \rangle}{\lambda} \stackrel{3D}{=} \Sigma \frac{4\,V}{S}$$

Σ section efficace du milieu
λ libre parcours moyen

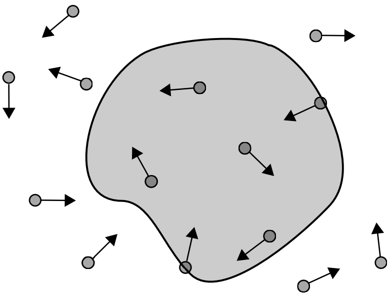
La longueur de trace $\langle L \rangle$

Une définition plus générale de l'opacité ?

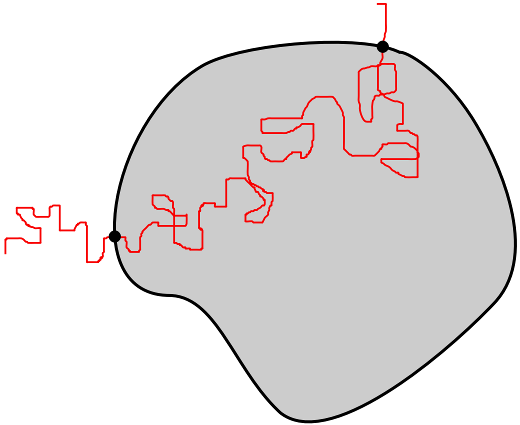
$$\Sigma \langle L \rangle$$

Le nombre moyen de collisions $\langle N \rangle$

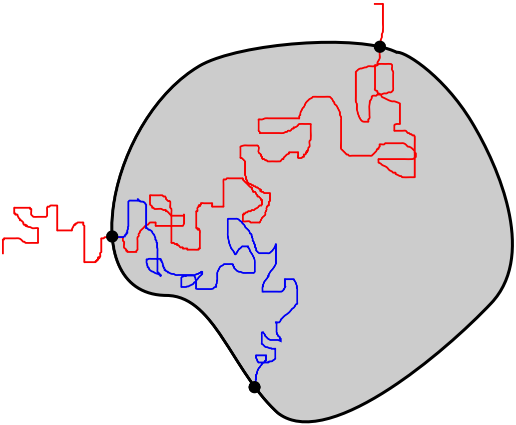
Le nombre moyen de défauts dans une région donnée du réacteur est proportionnel au nombre moyen de collisions particule/noyau qui y ont lieu : $\langle N \rangle$



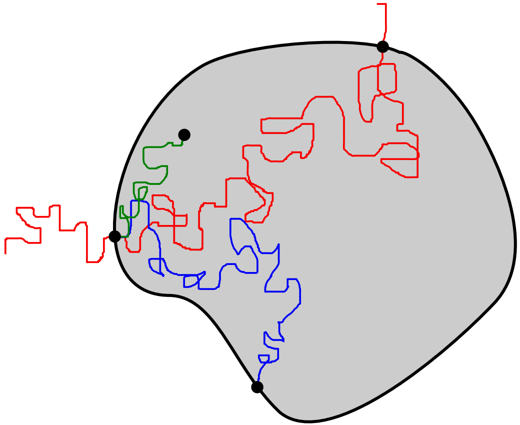
Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?



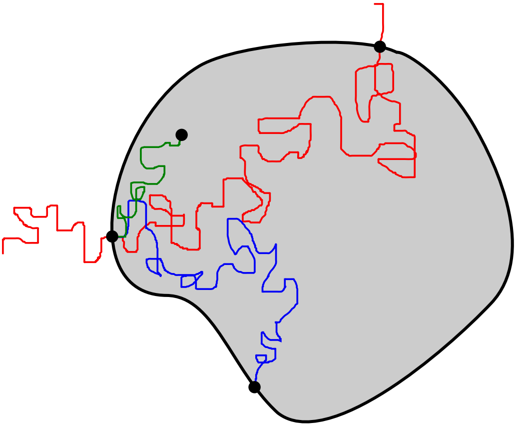
Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?



Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?

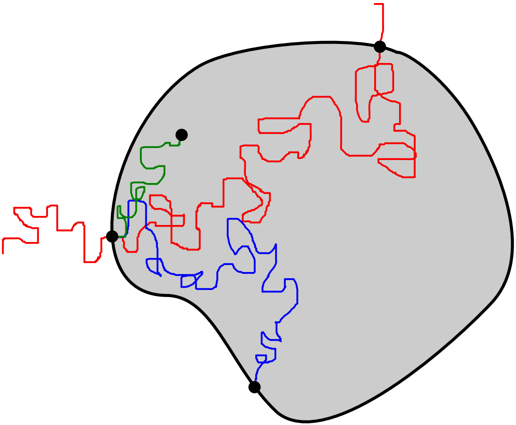


Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?



$$L = \langle \ell \rangle_{trajectories}$$

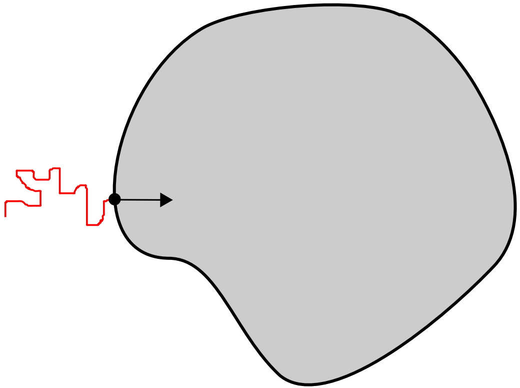
Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?



$$L = \langle \ell \rangle_{trajectories}$$

$$N = \langle n \rangle_{trajectories}$$

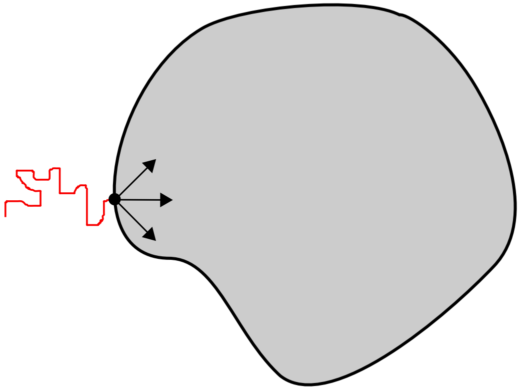
Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?



$$L = \langle \ell \rangle_{trajectories}$$

$$N = \langle n \rangle_{trajectories}$$

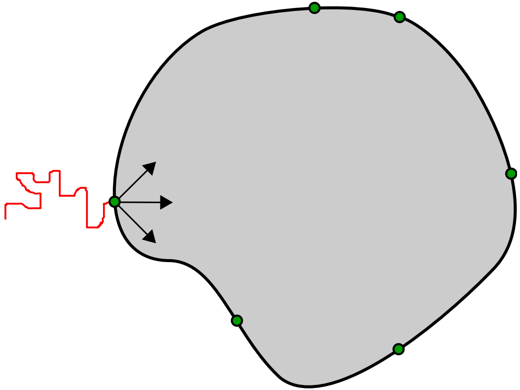
Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?



$$L = \langle \ell \rangle_{trajectories}$$

$$N = \langle n \rangle_{trajectories}$$

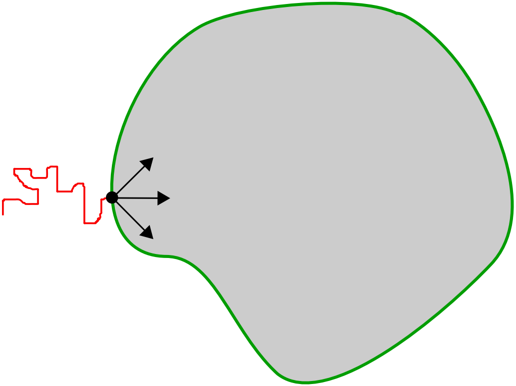
Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?



$$L = \langle\, \ell \,\rangle_{trajectories}$$
$$N = \langle\, n \,\rangle_{trajectories}$$

$$\langle\, L \,\rangle_{S,\Omega}$$
$$\langle\, N \,\rangle_{S,\Omega}$$

Que signifie "longueur moyenne" ? nombre "moyen" de collisions ?



$$L = \langle \ell \rangle_{trajectories}$$
$$N = \langle n \rangle_{trajectories}$$

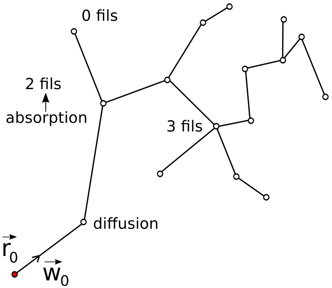
$$\langle L \rangle_{S,\Omega} \doteq \langle L \rangle_S$$
$$\langle N \rangle_{S,\Omega} \doteq \langle N \rangle_S$$

Description de la marche

Après chaque absorption :

- ν : nombre moyen de neutrons fils émis
- distribution isotropique des directions

La longueur r parcourue entre deux collisions est donnée par la loi de probabilité $p(r)$.

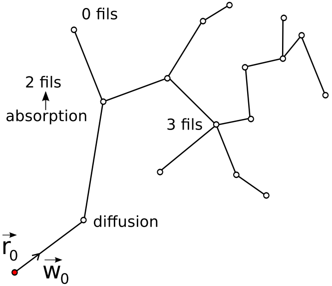


Description de la marche

Après chaque absorption :

- ν : nombre moyen de neutrons fils émis
- distribution isotropique des directions

La longueur r parcourue entre deux collisions est donnée par la loi de probabilité $p(r)$.



Un processus markovien

Le processus suivi par le neutron est dit "sans mémoire" :

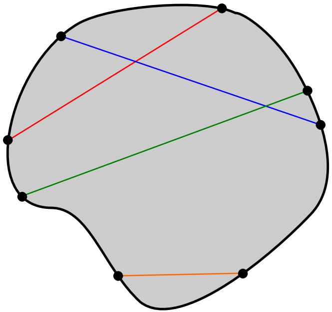
$$P_{\text{col}}(\vec{r}) = \Sigma(\vec{r})\,\mathrm{d}s$$

Ainsi, dans un **milieu homogène**, la loi $p(r)$ des distances inter-collision est exponentielle :

$$p(r) = \Sigma\,\mathrm{e}^{-\Sigma r}$$

Libre parcours moyen d'un neutron $\lambda = \langle r \rangle = 1/\Sigma$

Un peu d'histoire



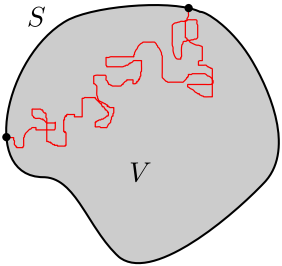
Formule de Cauchy pour la longueur moyenne des cordes (1789-1857)

$$\langle L_c \rangle_S = \eta_d \frac{V}{S}$$

1D : $\eta_d = 2$ 2D : $\eta_d = \pi$

3D : $\eta_d = 4$

Un peu d'histoire

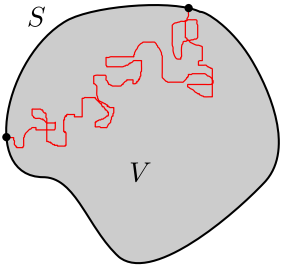


Processus purement diffusif

$$\begin{cases} \langle L \rangle_S & = \eta_d \dfrac{V}{S} \\ \langle N \rangle_S & = \Sigma \langle L \rangle_S \end{cases}$$

Blanco et Fournier, EPL **61** 168 (2003)
Mazzolo, EPL **68** 350 (2004)
Bénichou et al., EPL **70** 42 (2005)

Un peu d'histoire

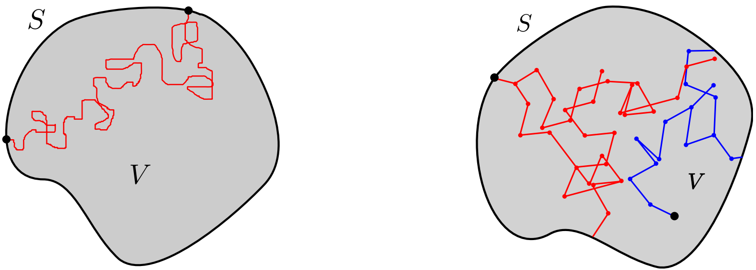


Processus purement diffusif

$$\begin{cases} \langle L \rangle_S & = \eta_d \dfrac{V}{S} \\ \langle N \rangle_S & = \Sigma \langle L \rangle_S = \mathcal{O} \end{cases}$$

Blanco et Fournier, EPL **61** 168 (2003)
Mazzolo, EPL **68** 350 (2004)
Bénichou et al., EPL **70** 42 (2005)

Un peu d'histoire



Processus purement diffusif

$$\begin{cases} \langle L \rangle_S &= \eta_d \dfrac{V}{S} \\ \langle N \rangle_S &= \Sigma \langle L \rangle_S \end{cases}$$

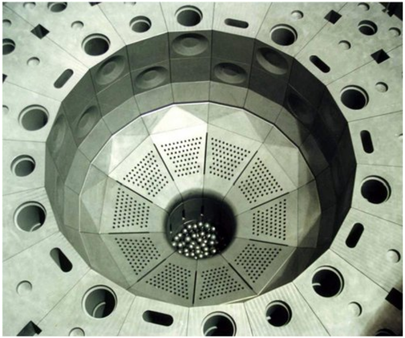
Blanco et Fournier, EPL **61** 168 (2003)
Mazzolo, EPL **68** 350 (2004)
Bénichou et al., EPL **70** 42 (2005)

avec absorption et branchement

$$\begin{cases} \langle L \rangle_S &= \eta_d \dfrac{V}{S} \left[1 + \Sigma(\nu - 1)\langle L \rangle_V\right] \\ \langle N \rangle_S &= \Sigma \langle L \rangle_S \end{cases}$$

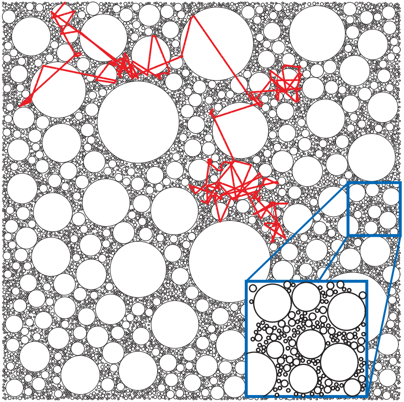
Zoia, Dumonteil, Mazzolo, EPL **100** 40002 (2012)

Mais...



Réacteur à boulets

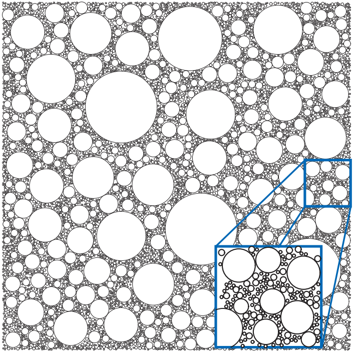
Olson, Miller, Larsen, Morel, JQSRT **101** 269 (2006)



Transport de photons dans des milieux optiques désordonnés

Svensson, Vynck, Adolfsson, Farina, Pifferi and Wiersma, PRE **89** 022141 (2014)

Milieux désordonnés

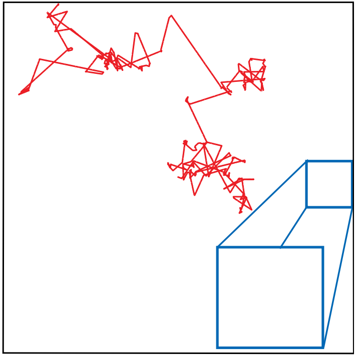


Un milieu inhomogène

$$p(s) = \Sigma(s)\, \exp\left[-\int_0^s \Sigma(s')\, \mathrm{d}s'\right] ,$$

où $\Sigma(s)$ est la section efficace locale caractérisant le milieu.

Milieux désordonnés



Un milieu inhomogène

$$p(s) = \Sigma(s)\ \exp\left[-\int_0^s \Sigma(s')\,\mathrm{d}s'\right]\ ,$$

où $\Sigma(s)$ est la section efficace locale caractérisant le milieu.

Une marche aléatoire "efficace" dans un milieu homogène

Loi des sauts $p^*(r)$,

- non exponentielle
- de libre parcours moyen λ.

Section efficace "efficace"

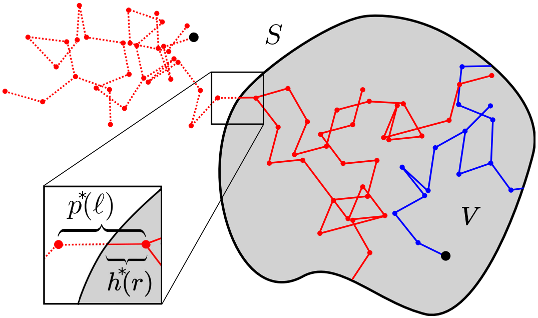
$$\Sigma^* = 1/\lambda$$

ne caractérise plus le milieu, mais la marche elle-même.

Un processus non markovien

On ne peut pas arrêter le marcheur sur la surface S lors son entrée dans le domaine, et le redémarrer comme s'il avait réellement démarré depuis la surface.

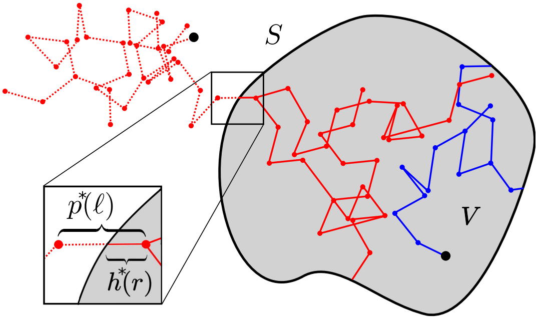
La longueur du premier saut n'est pas donnée par $p^*(r)$.



Un processus non markovien

On ne peut pas arrêter le marcheur sur la surface S lors son entrée dans le domaine, et le redémarrer comme s'il avait réellement démarré depuis la surface.

La longueur du premier saut n'est pas donnée par $p^*(r)$.



La loi du premier saut

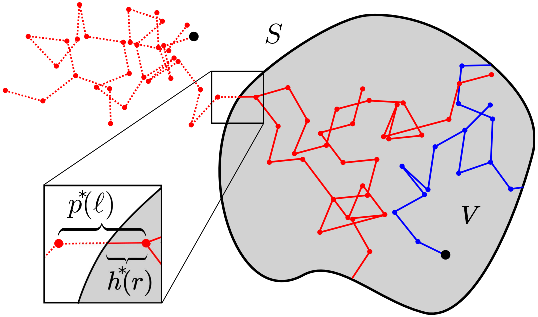
$$h^*(r) = \Sigma^* \int_r^{+\infty} p^*(\ell)\,\mathrm{d}\ell$$

Mazzolo, J. Phys. A **42** 105002 (2009)

Solution...

Équation de Boltzmann intégrale - densité de collision

$$\psi = \nu \, T \, C[\psi] + \psi_1 \qquad \psi_1 = H[\mathcal{S}]$$



La loi du premier saut

$$h^*(r) = \Sigma^* \int_r^{+\infty} p^*(\ell) \, \mathrm{d}\ell$$

Mazzolo, J. Phys. A **42** 105002 (2009)

Résultats issus de la théorie du transport

Processus purement diffusif

$$\begin{cases} \langle L \rangle_S = \eta_d \dfrac{V}{S} \\ \langle N \rangle_S = \Sigma^* \langle L \rangle_S \end{cases}$$

A. Mazzolo, C. de Mulatier, A. Zoia,
J. Math. Phys. **55** 083308 (2014)

Résultats issus de la théorie du transport

Processus purement diffusif

$$\begin{cases} \langle L \rangle_S = \eta_d \dfrac{V}{S} \\ \langle N \rangle_S = \Sigma^* \langle L \rangle_S \end{cases}$$

A. Mazzolo, C. de Mulatier, A. Zoia,
J. Math. Phys. **55** 083308 (2014)

avec absorption et branchement

$$\begin{cases} \langle L \rangle_S = \eta_d \dfrac{V}{S} \left[1 + \Sigma^* (\nu - 1) \langle L \rangle_V \right] \\ \langle N \rangle_S \neq \Sigma^* \langle L \rangle_S \end{cases}$$

C. de Mulatier, A. Mazzolo, A. Zoia,
EPL **107** 30001 (2014)

Résultats issus de la théorie du transport

Processus purement diffusif

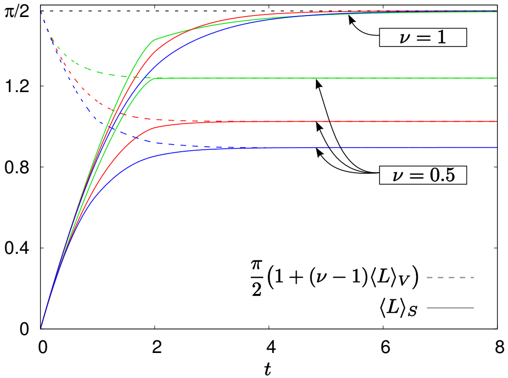
$$\begin{cases} \langle L \rangle_S = \eta_d \dfrac{V}{S} \\ \langle N \rangle_S = \Sigma^* \langle L \rangle_S \end{cases}$$

A. Mazzolo, C. de Mulatier, A. Zoia,
J. Math. Phys. **55** 083308 (2014)

avec absorption et branchement

$$\begin{cases} \langle L \rangle_S = \eta_d \dfrac{V}{S} \left[1 + \Sigma^* (\nu - 1) \langle L \rangle_V\right] \\ \langle N \rangle_S \neq \Sigma^* \langle L \rangle_S \end{cases}$$

C. de Mulatier, A. Mazzolo, A. Zoia,
EPL **107** 30001 (2014)



Simulations Monte Carlo

- sauts exponentiels
- sauts constants
- sauts en loi de puissance

Perspectives

- On a illustré sur un exemple simple, l'**avantage** de pouvoir transposer le problème du milieu désordonné à un problème sur la marche.

Perspectives

- On a illustré sur un exemple simple, l'**avantage** de pouvoir transposer le problème du milieu désordonné à un problème sur la marche.
- Avantages pour la théorie comme pour les simulations Monte Carlo de transport en milieux désordonnés

Perspectives

- On a illustré sur un exemple simple, l'**avantage** de pouvoir transposer le problème du milieu désordonné à un problème sur la marche.
- Avantages pour la théorie comme pour les simulations Monte Carlo de transport en milieux désordonnés
- **Perspective**, expliciter les liens mathématiques entre les deux points de vue :

$$\Sigma(r) \xrightarrow{?} \Sigma^*$$

$$p \xrightarrow{?} p^*$$

Perspectives

- On a illustré sur un exemple simple, l'**avantage** de pouvoir transposer le problème du milieu désordonné à un problème sur la marche.
- Avantages pour la théorie comme pour les simulations Monte Carlo de transport en milieux désordonnés
- **Perspective**, expliciter les liens mathématiques entre les deux points de vue :

$$\Sigma(r) \xrightarrow{?} \Sigma^*$$

$$p \xrightarrow{?} p^*$$

- **Perspective**, des applications aux codes Monte Carlo (Tripoli-4) de transport sur milieux désordonnés

Perspectives

- On a illustré sur un exemple simple, l'**avantage** de pouvoir transposer le problème du milieu désordonné à un problème sur la marche.
- Avantages pour la théorie comme pour les simulations Monte Carlo de transport en milieux désordonnés
- **Perspective**, expliciter les liens mathématiques entre les deux points de vue :

$$\Sigma(r) \xrightarrow{?} \Sigma^*$$

$$p \xrightarrow{?} p^*$$

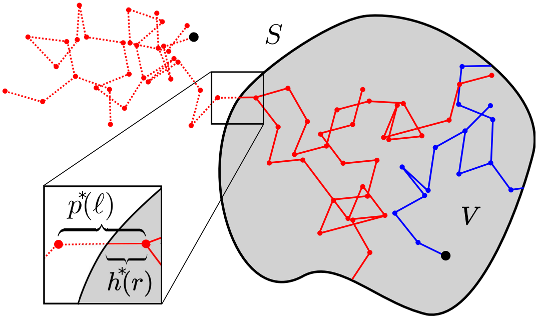
- **Perspective**, des applications aux codes Monte Carlo (Tripoli-4) de transport sur milieux désordonnés

Supplément

Équation de Boltzmann intégrale - densité de collision

$$\psi = \nu\, T\, C[\psi] + \psi_1$$

$$\psi_1 = H[\mathcal{S}]$$



La loi du premier saut

$$h^*(r) = \Sigma^* \int_r^{+\infty} p^*(\ell)\, \mathrm{d}\ell$$

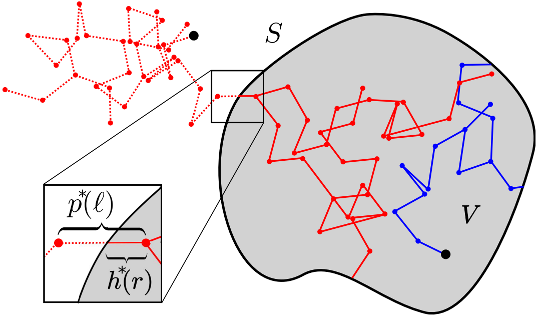
Mazzolo, J. Phys. A **42** 105002 (2009)

Supplément

Équation de Boltzmann intégrale - densité de collision

$$\psi(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega}|\mathbf{r}_0,\boldsymbol{\omega}_0) = \nu \int_0^u \mathrm{d}s\, p^*(s) \int_{\Omega_d} \frac{\mathrm{d}\omega'}{\Omega_d} \psi(\mathbf{r} - s\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}|\mathbf{r}_0,\boldsymbol{\omega}_0) + \psi_1(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega}|\mathbf{r}_0,\boldsymbol{\omega}_0)$$

$$\psi_1(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega}|\mathbf{r}_0,\boldsymbol{\omega}_0) = \int_0^u \mathrm{d}s\, h(s) Q(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega}|\mathbf{r}_0,\boldsymbol{\omega}_0)$$



La loi du premier saut

$$h^*(r) = \Sigma^* \int_r^{+\infty} p^*(\ell)\, \mathrm{d}\ell$$

Mazzolo, J. Phys. A **42** 105002 (2009)