A retenir :
TD11, semaine du 28 novembre 2016

TD présenté par :
Samuel Cazayus-Claverie

samuel.cazayus-claverie@u-psud.fr

Les définitions importantes :

- On peut définir une *force volumique* comme une densité volumique de force. Autrement dit, si l'on découpe virtuellement un volume infinitésimal $d\tau$ au voisinage d'un point M dans un milieu continu, la force infinitésimale $d\vec{F}(M)$ qui s'exerce dessus est $d\vec{F}(M) = \vec{f_v}(M)d\tau$, ce qui définit $\vec{f_v}$ la densité volumique de force.
  On peut aussi définir des densités surfaciques et linéiques de force :
  $$\begin{aligned} d\vec{F}(M) &= \vec{f_S}(M)dS \\ d\vec{F}(M) &= \vec{f_l}(M)dl \end{aligned}$$
  Où dS et dl sont des éléments de surface et de longueur infinitésimaux.
- Un *référentiel* est un ensemble de points solidaires les uns des autres + une horloge. On parle donc du référentiel *lié au laboratoire*, *lié à la balle de tennis*, ou plus généralement *lié à un solide*. Choisir un référentiel ne présume en rien du choix d'un repère.
- Un *repère* est une base de l'espace vectoriel siège du mouvement, munie d'une origine. Il peut être fixe, par exemple $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ pour les coordonnées cartésiennes, ou mobile $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\phi)$ pour les coordonnées sphériques. Il permet de mener les calculs de façon effective en travaillant directement sur les composantes des vecteurs. On choisit toujours le repère qui simplifie le plus ces calculs.
- Remarquons *pour la culture* que les lois de la dynamique ne font pas appel à la notion de repère : elles sont directement formulées en termes de vecteurs, quantités préexistantes à la notion de base d'un espace vectoriel. Autrement dit la formulation des lois de la dynamique ne dépend pas du système de coordonnées choisies pour la décrire : en effet les lois de la nature ne dépendent pas de notre façon de la mathématiser. En physique fondamentale, c'est un principe qui permet d'établir des contraintes sur la forme mathématique de lois physiques a priori inconnues.

Les formules à retenir :

- La *force de Lorentz* que ressent une charge ponctuelle à la position M au temps t lorsqu'elle baigne dans un champ électromagnétique *extérieur* $(\vec{E}(M), \vec{B}(M))$ est $\vec{F} = q(\vec{E}(M,t)+\vec{v}\wedge\vec{B}(M,t)$. On peut toujours négliger l'interaction gravitationnelle devant la force de Lorentz sur des particules telles que les ions ou les électrons.
- Un conducteur parcouru d'une densité volumique de courant électrique $\vec{j}$ ressent une force. Cette force, appliquée dans la masse du solide que constitue le conducteur est appelée force de *Laplace*. Selon les problèmes on préfère utiliser son expression volumique f_v ou linéique f_l :

$$\begin{aligned}\vec{f_v}(M) &= \vec{j}(M) \wedge \vec{B}(M)\\ \vec{f_l}(M) &= I(M)d\vec{l} \wedge \vec{B}(M)\end{aligned}$$

- On veillera à ne pas confondre les forces de Lorentz et de Laplace, la première s'applique aux corps ponctuels, la seconde aux conducteurs. Elles s'excluent mutuellement dans leur emploi.

La phénoménologie à retenir :

- Une charge ponctuelle de masse m et de charge q dans un champ $\vec{B}_0$ uniforme décrit un *mouvement circulaire uniforme à la pulsation cyclotron* $\omega_c = \frac{|qB_0|}{m}$. Si $\vec{B}_0$ pointe vers vous, ce mouvement est décrit en sens horaire pour $q > 0$, antihoraire sinon (dans le plan de votre écran). C'est comme ça que l'on peut connaître le signe de la charge de particules élémentaires à partir des traces qu'elles laissent dans une chambre à bulle (voir fig. 1).
- Cette même particule soumise à un champ électrique constant est uniformément accélérée dans la direction de $\vec{E}$.
- Pour accélérer des particules on peut les soumettre à un champ électrique : cela est au principe même du fonctionnement des accélérateurs linéaires. Cependant ces dispositifs doivent être d'autant plus volumineux que l'on veut accélérer les particules. C'est pourquoi on a créé des accélérateurs circulaires tels que les cyclotrons et les synchrotrons qui confinent les particules à une zone finie de l'espace à l'aide de champs magnétiques.

Les méthodes à retenir :

- On peut étudier un mouvement bidimensionnel dans un plan (Oxy) en introduisant la variable complexe $\underline{z}(t) = x(t) + iy(t)$ et en résolvant les équations du mouvement sur cette variable. Ceci présente plusieurs avantages d'ordre pratique :

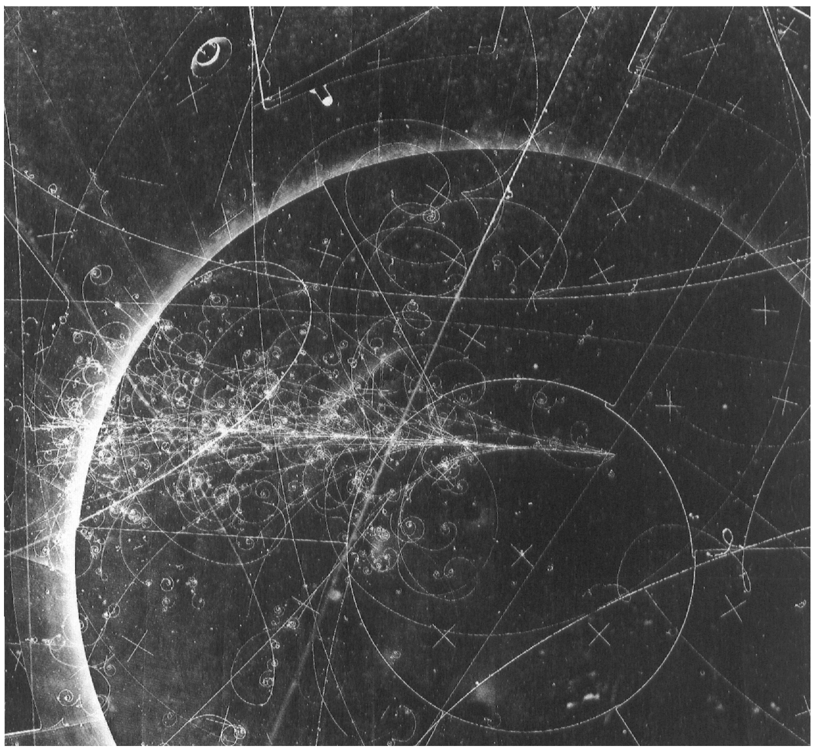

FIGURE 1 – Traces laissées par des particules dans une chambre à bulles.

- Les transformation géométriques prennent une forme particulièrement simple en coordonnées complexes :
  - une translation se fait par ajout d'un complexe quelconque.
  - une rotation par rapport à l'origine par multiplication par un complexe de module 1.
  - une homothétie de centre O par multiplication par un réel.
- Les systèmes d'équations en $(x(t), y(t)) \in \mathbb{R}^2$ deviennent de simples équations scalaires sur $\underline{z}(t) \in \mathbb{C}$.

- On peut aussi utiliser le repère de Frénet, qui nous donne directement accès à des quantités géométriques intéressantes (courbure de la trajectoire, norme de la vitesse).