A retenir :
TD12, semaine du 5 décembre 2016

TD présenté par :
Samuel Cazayus-Claverie

samuel.cazayus-claverie@u-psud.fr

Les définitions importantes :

- Un champ de *pseudo-vecteurs* (parfois dits champ de vecteurs axiaux) $M \mapsto \vec{B}(M)$ se transforme sous l'action d'une opération de symétrie discrète $\mathcal{S}$ (une symétrie par rapport à un plan ou un point par exemple) selon :

$$\vec{B}(\mathcal{S}(M)) = -\mathcal{S}\vec{B}(M)$$

  Une autre façon de voir le problème est de se dire que le sens d'un champ de pseudo-vecteurs dépend d'une convention d'orientation de l'espace : les symétries discrètes changent cette orientation et donc le sens du champ de pseudo-vecteurs.
- Au contraire un champ de *vecteurs polaires* $M \mapsto \vec{E}(M)$ se transforme selon :

$$\vec{E}(\mathcal{S}(M)) = \mathcal{S}\vec{E}(M)$$

- Tout champ vectoriel construit à partir du produit vectoriel ou du rotationnel de champ de vecteurs polaires est un *champ de pseudo-vecteurs.*

Les formules à retenir :

- La loi de Biot et Savart : le champ $\vec{B}(M)$ créé en M par une distribution de courants $\vec{j}(P)$ qui s'étend sur un domaine Ω est :

$$\vec{B}(M) = \int_{\Omega} \frac{\mu_0 \vec{j}(P) \wedge \vec{PM}}{4\pi PM^3} d\tau$$

  On peut aussi en formuler une version linéique, pour un circuit fermé $\mathcal{C}$:

$$\vec{B}(M) = \int_{\mathcal{C}} \frac{\mu_0 I \vec{dl} \wedge \vec{PM}}{4\pi PM^3}$$

- On interprète parfois la loi Biot et Savart comme une somme de contributions élémentaires $d\vec{B}_P(M)$, il s'agit en fait d'un artifice de calcul auquel on ne peut pas donner de sens physique profond : en effet, dès lors que l'on coupe une portion de circuit, le courant n'y passe plus ! Autrement dit $d\vec{B}_P(M)$ n'a de sens qu'au sein d'un circuit fermé, en particulier il faut penser au fil infini comme à un fil qui se referme à l'infini -c'est-à-dire à une échelle très grande devant celles que l'on regarde-.

La phénoménologie à retenir :

- Les lignes de champ magnétique sont *toujours fermées* (éventuellement à l'infini). Cela est très différent des lignes de champ électrique, cela est dû à l'inexistence de *monopôles magnétiques*, alors qu'il existe des *monopôles électriques* : les charges.
- Un solénoïde (bobine) infini et à spires jointives crée un champ homogène et selon l'axe de révolution à l'intérieur des spires, nul à l'extérieur. Son sens est donné par les règles d'orientation de l'espace par rapport aux sources (règles du tire-bouchon, des trois doigts, du dauphin...).
- Un fil infini crée un champ orthoradial, les lignes de champ sont contenues dans des plans orthogonaux au fil.

Les méthodes à retenir :

- Pour proposer l'allure des lignes de champ, il faut analyser les *éléments de symétrie* de la distribution de courants $\vec{j}$. Ces éléments peuvent être des symétries ou des antisymétries ; ce sont alors respectivement des éléments d'antisymétrie et de symétrie pour le champ $\vec{B}$. On applique alors les règles suivantes :
  · Les lignes de champ sont toujours fermées, éventuellement à l'infini.
  · Elles ne se croisent pas.
  · Elles possèdent les symétries de $\vec{B}$.
  · Elles sont orientées selon les règles d'orientation de l'espace usuelles.
- Pour calculer le champ magnétique créé en un point M par une distribution de courants fermée à partir de la loi de Biot et Savart, on commence par étudier les symétries de la distribution de courants *qui contiennent le point M* pour déterminer la direction $\vec{u}$ de $\vec{B}(M)$. A partir de là deux possibilités s'offrent à nous :
  · Soit on a de la chance et tous les éléments $d\vec{B}_P(M)$ sont colinéaires : il suffit alors de sommer leurs valeurs algébriques pour obtenir celle de $\vec{B}(M)$.
  · Soit on en a moins et l'on doit sommer les projections de $d\vec{B}_P(M) \cdot \vec{u}$ de $d\vec{B}_P(M)$ selon $\vec{u}$ pour obtenir la valeur algébrique de $\vec{B}(M)$.
- Dans le cadre de la deuxième hypothèse on rencontre souvent des termes de la forme $(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c}$. On appelle cette combinaison *produit mixte* de $\vec{a}$, $\vec{b}$ et

$\vec{c}$. On cherche à éviter d'effectuer les calculs du produit vectoriel et celui du produit scalaire. Pour cela il suffit de remarquer que le produit mixte peut s'exprimer comme le déterminant des trois vecteurs calculé dans une *base orthonormée directe* $\mathcal{B}$. En général, un choix judicieux d'une telle base rend le calcul enfantin ! Voici un rappel de quelques propriétés utiles pour le mener à bien :

- $det_{\mathcal{B}}(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 0$ si les trois vecteurs sont coplanaires (ou a fortiori colinéaires).
- Les permutations circulaires des trois vecteurs laissent le déterminant inchangé.
- L'interversion de deux vecteurs change le signe du résultat.