

---

A RETENIR  
TD6 : THÉORÈME DE GAUSS  
SEMAINE DU 9 OCTOBRE 2017

TD présenté par :  
Samuel CAZAYUS-CLAVERIE

---

samuel.cazayus-claverie@u-psud.fr

### Les points de cours importants :

- Le *théorème de Gauss* relie le flux du champ électrique  $\vec{E}(M)$  à ses sources les charges, dans une formulation intégrale. On peut l'énoncer ainsi : Soit une surface fermée  $\mathcal{S}$ , alors le *flux sortant du champ électrique* à travers  $\mathcal{S}$  est proportionnel à la *charge totale enfermée* dans l'intérieur de  $\mathcal{S}$  :

$$\oint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

- La convention pour déterminer les constantes d'intégration dans un potentiel électrique est la suivante :
  - On impose qu'il soit nul à l'infini.<sup>1</sup>
  - On impose qu'il soit continu partout.

### Les méthodes à retenir :

- Le théorème de Gauss n'est utile que si la distribution de charges présente des symétries. Autrement, il faut sommer les contributions Coulombiennes élémentaires de chaque charge en invoquant le principe de superposition.
- Si la distribution de charges présente des symétries, voici la méthode à employer pour calculer les champ électrique à l'aide du théorème de Gauss :
  - On commence par *choisir une système de coordonnées adapté* aux symétries (cartésiennes, cylindriques ou sphériques).
  - On analyse les transformations sous lesquelles la distribution de charge est *invariante* (translations, rotations). On élimine ainsi les variables dont le champ ne dépend pas dans le système de coordonnées choisi.
  - On analyse ensuite les *symétries* de la distribution pour déterminer la direction du champ. Mais *Attention!*, il faut choisir des éléments de symétries qui contiennent le point  $M$  où l'on calcule le champ! Le champ appartient à l'intersection des plans de symétrie trouvés.
  - En conséquence de l'étude de symétries et invariances, on choisit une surface de Gauss, *fermée*. Typiquement, on cherche des surfaces sur lesquelles  $\vec{E}$  est constant en norme, on a parfois besoin de refermer ces surfaces par des portions où le champ est orthogonal, et n'a donc pas de flux sur ces dernières.
  - On doit alors bien souvent séparer différents cas en fonction de la charge contenue à l'intérieur de la surface. Il faut être précautionneux!

---

1. Il y a des cas où c'est impossible : le fil infini par exemple.