

L'usage d'aucun document, d'aucune calculatrice et d'aucun appareil numérique de quelque type que ce soit n'est autorisé lors de cette épreuve.

Exercice 1. Questions de cours

1. Dans le plan, tracer des lignes de champ et des surfaces équipotentielles d'une charge ponctuelle $q > 0$ placée à l'origine.
2. On considère une distribution de charges quelconque dont le plan (Π) est un plan de symétrie.
 - a. Soit un point M quelconque, hors du plan (Π) , et $\vec{E}(M)$ le champ électrique en ce point. Que peut-on dire de $\vec{E}(M')$ si M' est le symétrique de M par rapport à (Π) ? Illustrer avec une figure.
 - b. Si le point M appartient au plan (Π) , que peut-on dire de $\vec{E}(M)$?
 - c. Dédurre une méthode pour déterminer la direction du champ $\vec{E}(M)$ si deux plans de symétrie de la distribution de charges passent par M .
3. À la figure 1 sont représentés des couples lignes de champ/équipotentielles. Déterminer lesquels ne sont pas physiques en justifiant. Pour ceux qui sont physiques, localiser les charges et donner leur signe.

Exercice 2. Exercice d'application

Considérons le champ $\vec{E}(x, y) = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y$ dans le plan.

1. On se propose de calculer la circulation de \vec{E} sur la courbe Γ_1 qui joint $A(r, 0)$ à $B(0, r)$ par un arc de cercle (cf. figure 2).
 - a. Soit un point M appartenant à Γ_1 , d'angle polaire θ . Donner ses coordonnées cartésiennes en fonction du paramètre θ .
 - b. Quelles sont les bornes de variation de θ ?
 - c. Donner les coordonnées cartésiennes du vecteur tangent $\vec{dM}(\theta) = \frac{\partial \vec{OM}}{\partial \theta} d\theta$ que décrit M pour une variation infinitésimale de θ .
 - d. Calculer la circulation \mathcal{C}_1 de \vec{E} le long de Γ_1 .
2. On se propose maintenant de calculer la circulation de A à B le long de la courbe Γ_2 , qui est une droite.
 - a. Soit un point N appartenant à Γ_2 . Donner ses coordonnées cartésiennes en fonction du paramètre x .
 - b. Quelles sont les bornes de variations de x ? (attention à leur ordre!)
 - c. Donner les coordonnées cartésiennes du vecteur tangent $\vec{dN}(x)$ (on le définira par analogie avec la question 1.b) que décrit N pour une variation infinitésimale dx du paramètre x . Quel est le signe de dx ?
 - d. Calculer la circulation \mathcal{C}_2 de \vec{E} le long de Γ_2 .
3. On remarque que $\mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_2$, ceci nous incline à penser que \vec{E} est un champ de gradient. Montrer que c'est bien le cas puis déterminer un potentiel $V : (x, y) \mapsto V(x, y)$ tel que $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$.

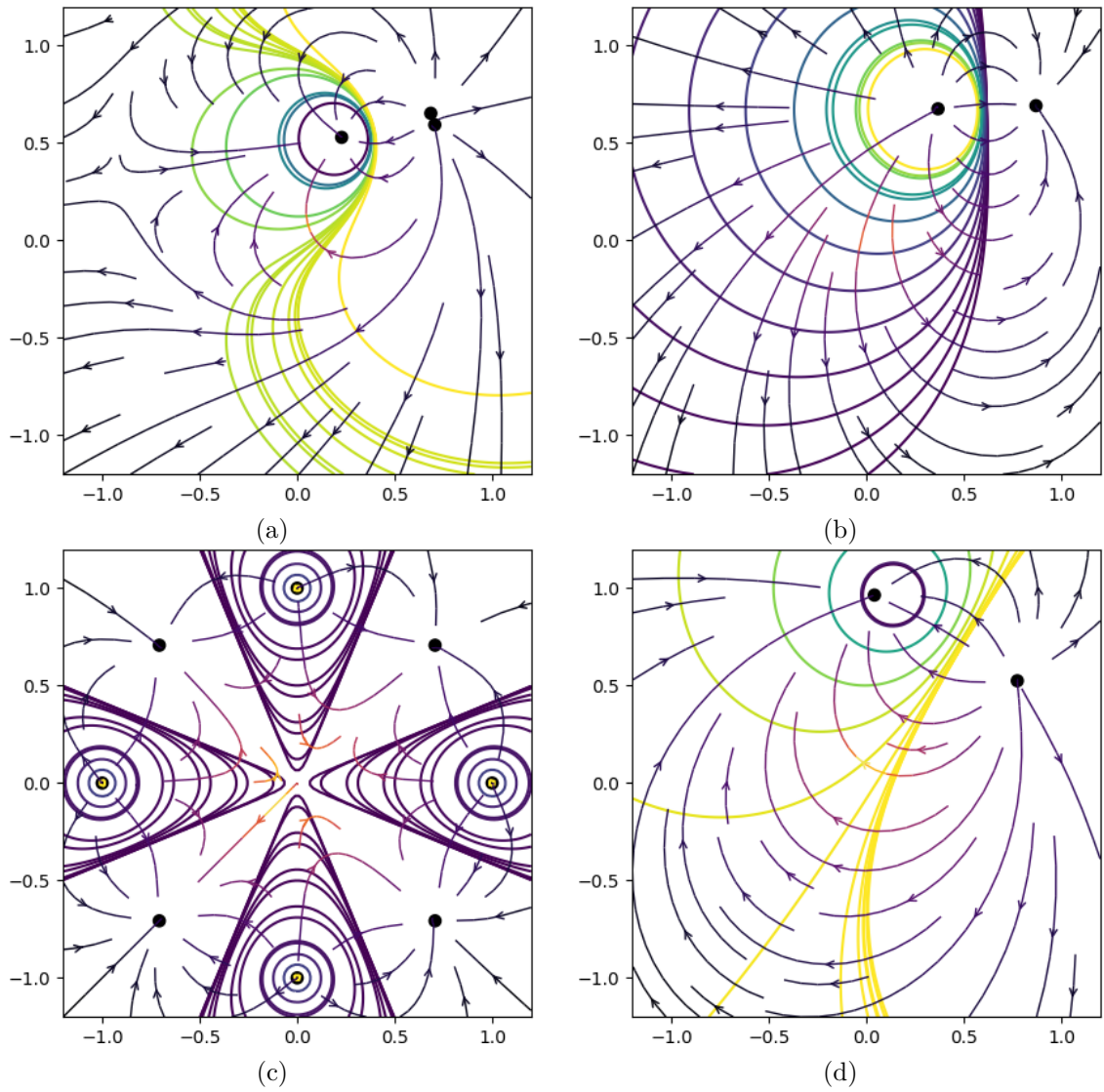


FIGURE 1 – Lignes de champ fléchées et équipotentiels.

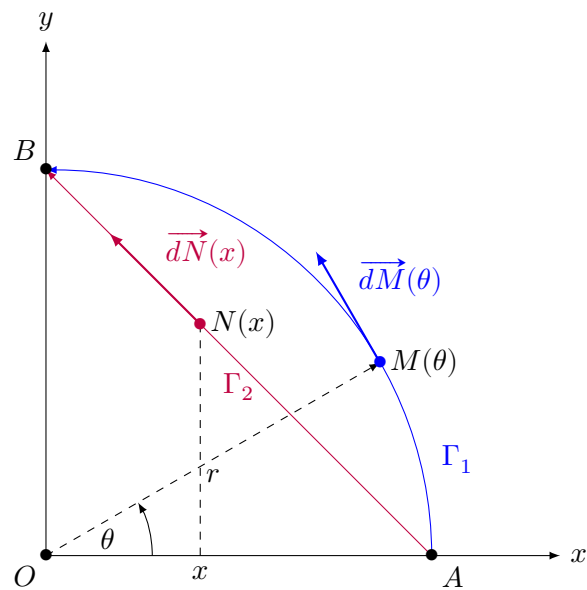


FIGURE 2 – Chemins de circulation.