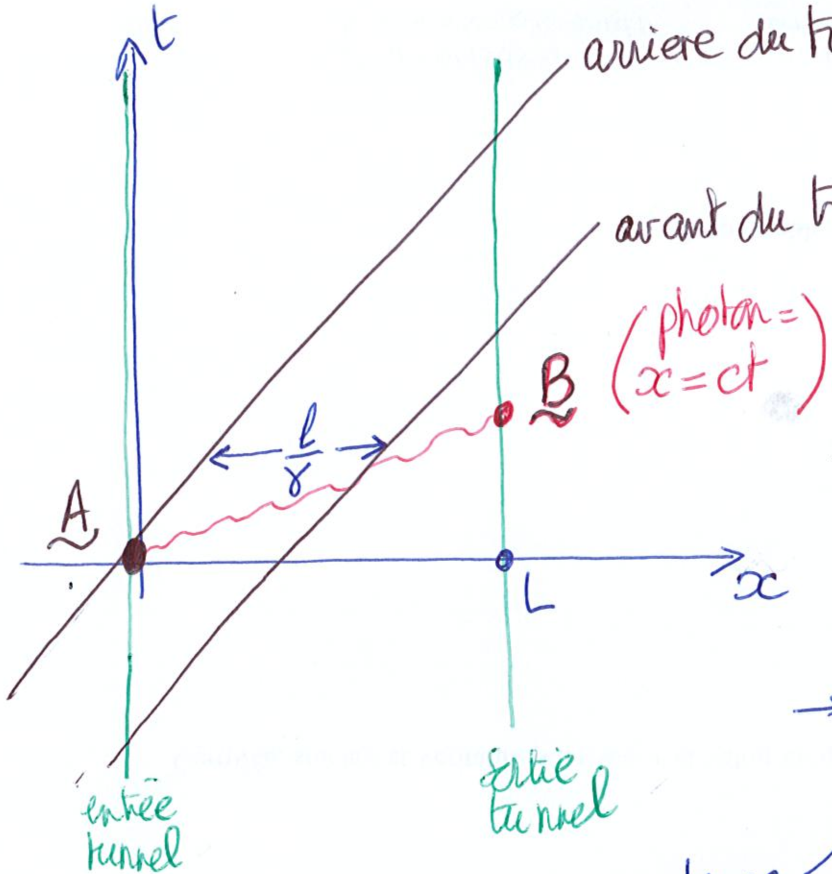
# Train - Tunnel




→ j'ai pris l'événement $\underset{\sim}{A}$ comme événement origine.

→ on évite l'accident si :

$$L/c < \left(L - \ell/\gamma\right) \times \frac{1}{V}$$

temps d'arrivée du photon à la sortie du tunnel

arrivée avant du train à la sortie du tunnel

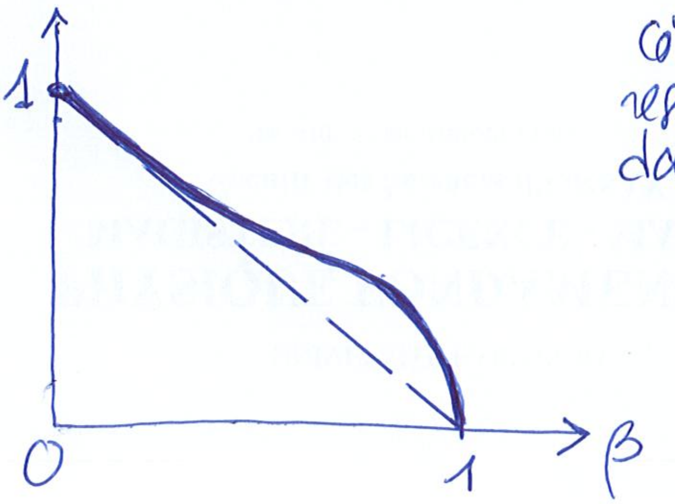
cette inégalité s'écrit : $\boxed{\ell < \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\, L = \ell_{max}}$

en méca non relativiste on n'aurait pas de contraction des longueurs : le train aurait une longueur $\ell$ dans $\mathcal{R}$ (et non $\ell/\gamma$)

on devrait avoir $L/c < (L - \ell) \times \frac{1}{V}$ soit $\ell < (1-\beta) L$

coïncide avec le résultat relativiste dans la limite $\beta \to 0$.

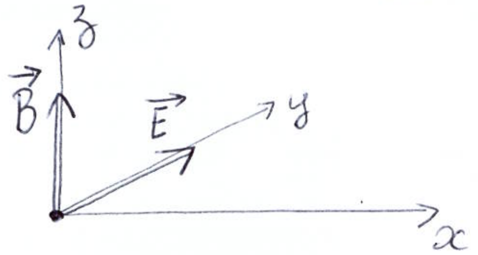
cela donne




— — = non relativiste

━━ = relativiste

# SELECTEUR de VITESSE




$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

on prend $\vec{v} = v\,\vec{e_x}$ alors $\vec{v} \wedge \vec{B} = -vB\,\vec{e_y}$. La particule ne sera ni déviée ni accélérée si $E = vB$ (auquel cas $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$)

- si on travaille dans un réf. se déplaçant à vitesse V selon x alors dans notre configuration, en utilisant les lois de transformation

$$\begin{cases} \vec{E}' = \gamma(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) + (1-\gamma)\,\dfrac{\vec{V}\cdot\vec{E}}{V^2}\,\vec{V} \\ \vec{B}' = \gamma\left(\vec{B} - \dfrac{\vec{V}}{c^2} \wedge \vec{E}\right) + (1-\gamma)\,\dfrac{\vec{V}\cdot\vec{B}}{V^2}\,\vec{V} \end{cases}$$

on obtient $\vec{E}' = E'\vec{e_y}$ et $\vec{B}' = B'\vec{e_z}$ avec $\begin{cases} E' = \gamma(E - VB) \\ B' = \gamma\left(B - \dfrac{VE}{c^2}\right) \end{cases}$

- dans le nouveau référentiel la vitesse $v'$ pour laquelle la particule n'est pas déviée est :

$$v' = \frac{E'}{B'} = \frac{E - VB}{B - VE/c^2} = \frac{v - V}{1 - vV/c^2}$$

on retrouve la loi de composition des vitesses = c'est heureux sinon il y aurait une incohérence entre la dynamique et la cinématique relativiste.

# Faisceau laser

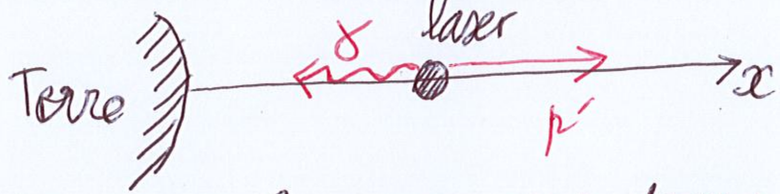
(FL1

- $\mathcal{P}_0 = N_0 \dfrac{hc}{\lambda_0} = 10^{20} \times \dfrac{6.63\,10^{-34} \times 3\,10^{8}}{6000\ 10^{-10}} = 33.15\,W$

- si le laser reste immobile $= \Delta M . c^2 = 10\text{ ans} \times \mathcal{P}_0$

  soit $\Delta M = \dfrac{10 \times 3600 \times 24 \times 365 \times 33.15}{(3.10^8)^2} = 1.16\ 10^{-7}\,kg \quad (\Delta M \ll M)$

- conservation de la quadri-impulsion :




on note $M' = M - \Delta M$ la masse après 10 ans. on a :

$$\underset{\sim}{P} = \underset{\sim}{P}' + \underset{\sim}{P}_\gamma \longrightarrow \text{emporté par les photons : } \frac{\mathcal{E}_\gamma}{c}(1,-1)$$

quadri-impulsion initiale du laser = $(Mc, 0)$

laser après 10 ans $= (M'\gamma c, p')$

écrivons $(\underset{\sim}{P} - \underset{\sim}{P}')^2 = \underset{\sim}{P}_\gamma^{\,2} \ (=0)$ cela donne : $M^2 + M'^2 - 2MM'\gamma = 0$

soit $\boxed{\gamma = \dfrac{M^2 + M'^2}{2MM'}}$ ensuite $\beta = \sqrt{1 - \dfrac{1}{\gamma^2}} = \dfrac{M^2 - M'^2}{M^2 + M'^2} \simeq \dfrac{2M\Delta M}{2M^2}$

calcul facile

au premier ordre en $\Delta M$

donc $\boxed{\beta \simeq \Delta M / M}$

l'application numérique donne $v = 3.48\,m/s = 12.5\,km/h$

FL2

- les photons sont émis à un taux $N_0$ dans le réf. propre du laser. cad 2 émissions de photon successives sont séparées de $\Delta t_0 = N_0^{-1}$ s.

Dans le réf. terrestre, cet intervalle devient $\Delta t_e = \gamma \Delta t_0$.
Puis la séparation entre 2 instants de réception est :
$\Delta t_r = \Delta t_e + \beta \Delta t_e$ (la source s'est eloignée pdt $\Delta t_e$)
donc $\Delta t_r = (1+\beta)\gamma \Delta t_0 = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\ \Delta t_0$

Donc le taux de réception des photons sur Terre est : $N = \frac{1}{\Delta t_r} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\ N_0$

- en outre, dans le réf. au repos du laser les photons ont une fréquence $\nu_0$. Ils sont détectés sur Terre avec une fré-quence $\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$ (red shift Doppler = voir cours)

- on obtient donc $\mathcal{P} = N h\nu = \frac{1-\beta}{1+\beta} \underbrace{N_0 h \nu_0}_{\mathcal{P}_0}$
comme $\beta \ll 1$ cela donne

$$\boxed{\mathcal{P} \simeq \mathcal{P}_0 (1-2\beta)}$$